کارگاه آنلاین و رایگان حل تست جامع ریاضی عمومی

مدرس: مسعود آقاسی

@math_equation

www.m-aghasi.ir

masoudaghasi1395@gmail.com

برنامه دوره های ریاضی عمومی و معادلات آنلاین برای کنکور ۱۴۰۲

برای ثبت نام در کلاسهای آنلاین(ویژه کنکور ۱۴۰۲) می توانید از لینک های زیر استفاده نمایید:

- کلاس درس و تست ۱۵+۱۰۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/da1402
- کلاس نکته و تست ۵۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/te1402
- جمع بندی ریاضی عمومی ۲۵ ساعتی(بر اساس باکس مطالب مشابه) https://b2n.ir/mo1402
- پکیج کلاس درس+نکته+جمع بندی ۱۹۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/pa1402
- ویدیو و جزوه رایگان تدریس ریاضی پایه در ۱۵ ساعت https://b2n.ir/ta1402
- کلاس درس و تست ۵۰ ساعتی معادلات دیفرانسیل https://b2n.ir/eq1402
- ویدیو و جزوه درس و تست فشرده ۱۶+۵۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/fe1402
- وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز اول) برای کنکور ۱۴۰۲ https://b2n.ir/wb1402
- وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز ۲ و ۳) برای کنکور ۱۴۰۲ https://b2n.ir/wbb1402
- کارگاه رایگان حل تست جامع ریاضی (تستهای کنکور ۹۶ تا ۱۴۰۱ رشته های مختلف) https://b2n.ir/ja1402

✓ پکیج ۱۹۰ ساعتی کاملترین دوره ریاضی عمومی است و تخفیف بالاتری نسبت به سایر دوه ها خواهد داشت.

✓ دوستانی که از دوره رایگان ریاضی پایه استفاده کرده اند، در صورت تمایل برای ثبت نام در هر یک از دوره های *(درس، نکته، جمع بندی، پکیج)* از کد تخفیف **PAYE10** استفاده نمایند تا از ۱۰٪ تخفیف اضافه تر بهره مند گردند.

توجه : در صورت بروز مشکل در استفاده از لینک های بالا، برای دریافت لینک فعال یا ثبت نام به صفحه اول سایت https://negareh.ac.ir/aghasi یا www.m-aghasi.ir یا https://b2n.ir/class1402 یا کانال تلگرام @math_equation مراجعه یا از طریق ایمیل زیر پیگیری نمایید:

ایمیل برای مشاوره یا رفع اشکال : masoudaghasi1395@gmail.com

بررسی تستهای کنکور ۹۶ مدیریت کسب و کار (MBA)

برای دریافت ویدیو یا جزوات کارگاه های رایگان حل تستهای جامع ریاضی عمومی
که درسالهای اخیر برگزار شده است از لینک https://b2n.ir/ja1402 استفاده نمایید. (هر سال ویدیوهای جدیدی به لیست زیر اضافه خواهند شد.

- ویدیو و جزوه حل تستهای مدیریت کسب و کار MBA ۱۳۹۶ تا ۱۴۰۰
- ویدیو و جزوه حل تستهای عمران و مکانیک ۹۸
- جزوه حل تستهای صنایع، عمران، نساجی، نقشه برداری ۹۷
- جزوه حل تستهای مکانیک و کامپیوتر ۹۷

۱۲۶- فرض کنید Z_1, Z_2 و Z_3 اعداد مختلط و متمایز باشند که رئوس یک مثلث متساوی الساقین و قایم‌الزاویه در راس Z_1 است. کدام‌یک از روابط زیر صحیح است؟

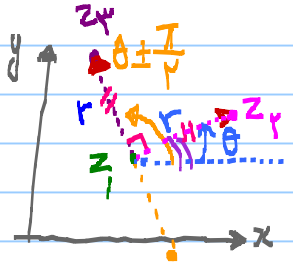
۱) $(Z_1-Z_2)^2+(Z_3-Z_2)^2=0$ ✓

۲) $(Z_1-Z_2)^2+(Z_1-Z_3)^2=0$ ✓

۳) $Z_1^2+Z_2^2+Z_3^2=0$

۴) $Z_1^2-Z_2^2-Z_3^2=0$

۲ دقیقه و سخت ← زمان لازم



ضلع $z_2-z_1=re^{i\theta}$

ضلع $z_3-z_1=re^{i(\theta\pm\frac{\pi}{2})}=re^{i\theta}\cdot e^{\pm\frac{\pi}{2}i}$

$\pm i=\cos\frac{\pi}{2}\pm i\sin\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow$

$z_3-z_1=(z_2-z_1)(\pm i)$

$\Rightarrow (z_3-z_1)^2=(z_2-z_1)^2(\pm i)^2=-(z_2-z_1)^2$ ✓

(۲) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۲۷- طول قوس منحنی $Coshx$ برای $0 \le x \le 2$ کدام است؟

۱) $\cosh(2) - 1$
۲) $\sinh(2) - 1$
۳) $\cosh(2)$
۴) $\sinh(2)$ ✓

$y = Coshx$

$t \le 1$; ساده

طول قوس $= \int ds$

حدود مناسب

$y = f(x) \Rightarrow ds = \sqrt{1 + y'^2}\, dx$

$ds = \sqrt{1 + y'^2}\, dx = \sqrt{1 + \sinh^2 x}\, dx = \sqrt{\cosh^2 x}\, dx = \cosh x\, dx$

$طول = \int ds = \int_0^2 \cosh x\, dx = \sinh x \Big|_0^2 = \sinh 2$ (۴) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۲۸- بازه همگرائی سری $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{(2x-3)^n \ln n}{(3n+1)5^n}$ برابر است با:

۱) $(0,3]$
۲) $[0,3)$
۳) $(-1,4]$ ✓
۴) $[-1,4)$

توانی

$\sum \frac{(-1)^n 2^n \ln n}{(3n+1)5^n}\left(x-\frac{3}{2}\right)^n$

ضریب a_n

سری توانی تعمیم یافته: $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-x_0)^{kn+m}$

$t \le 2$; متوسط

$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^p \ln^q n}$

گام ۱

$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \frac{1}{R^k} \Rightarrow \frac{1}{R} = \lim \frac{2\sqrt[n]{\ln n}}{5\sqrt[n]{3n+1}} = \frac{2}{5}$

$\sqrt[n]{\ln n} \to$ یک ، $\sqrt[n]{3n+1} \to$ یک

$\Rightarrow R = \frac{5}{2} \Rightarrow |x-\frac{3}{2}| < \frac{5}{2} \Rightarrow -1 < x < 4$

وضع در ابتدا و انتهای بازه بررسی کنیم. گام ۲

$x=-1$: سری $\sum (-1)^n \frac{(-1)^n \ln n}{3n+1} = \sum \frac{\ln n}{3n+1} \sim \sum \frac{\ln n}{3n}$ واگرا $p=1$ $q=-1$ (۲) ✓

$(-1)^{2n} = +1$

$x=4$ سری $\sum (-1)^n \frac{\ln n}{3n+1}$ لایب‌نیتز سری همگرا

$b_n > 0$ ، $b_n \to 0$ ، b_n نزولی

بازه $= (-1, 4]$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۲۹- سری‌های $S_1=\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$ و $S_2=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ ترتیب ..... و ..... می‌باشند.

۱) همگرا ـ واگرا
۲) واگرا ـ همگرا
۳) همگرا ـ همگرا
۴) واگرا ـ واگرا

طبیعی a_n = نمایی ⇐ آزمون ریشه

$t\le 1$; ساده

بررسی S_1 : $\lim_{n\to+\infty}\sqrt[n]{a_n}=\left(\frac{n}{n+1}\right)^n$ حد رسانه‌ای نپر $e^{n\left(\frac{n}{n+1}-1\right)}$

$=e^{\frac{-n}{n+1}}\to e^{-1}=l<1\Rightarrow$ سری S_1 همگراست

بررسی S_2 : $\sum\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ متناوب ✓ دنباله نزولی ✓ $\lim a_n=0$ ✓ همگرا

(۳) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
@math_equation مسعود آقاسی
www.m-aghasi.ir

۱۳۰- مقدار $A=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{5\sin x+\cos x}{2\sin x+3\cos x}dx$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{2}$

۲) $\ln(\frac{3}{2})$

۳) $\frac{\pi}{2}+\ln(\frac{3}{2})$

۴) $\frac{\pi}{2}-\ln(\frac{3}{2})$

متوسط
$t\leq 2$

الگو: صورت = $\alpha\cdot$ مخرج + $\beta\cdot$ مشتق مخرج $\xrightarrow[\text{جایگذاری}]{\text{حل دستگاه}}$ عدد + ضریب $\ln$(عدد)

$5\sin x+1.\cos x=\alpha(2\sin x+3\cos x)+\beta(2\cos x-3\sin x)\Rightarrow\begin{cases}2\alpha-3\beta=5\\3\alpha+2\beta=1\end{cases}\Rightarrow\alpha=1,\ \beta=-1$

$$\text{انتگرال}=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\alpha\cdot\text{مخرج}+\beta\cdot\text{مشتق مخرج}}{\text{مخرج}}dx=\alpha\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}dx+\beta\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\text{مشتق مخرج}}{\text{مخرج}}dx$$

$$=\frac{\pi}{2}-\ln(2\sin x+3\cos x)\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{2}+\ln\frac{3}{2}\qquad(3)\checkmark$$

$\ln 2-\ln 3=\ln\frac{2}{3}$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۳۱- معادله صفحهٔ قائم بر خم C با معادلهٔ برداری $\vec{r}(t)=۴\cosh t\,\hat{i}+۸\sinh t\,\hat{j}+e^{t}\,\hat{k}$ در نقطهٔ نظیر $t=\ln ۲$ کدام گزینه است؟

۱) $۳x+۱۰y+۲z=۷۹$
۲) $۴x+۸y+z=۱۲$
۳) $۸x+۴y+z=۶۵$
۴) $x\ln ۲+y+z=۱$

بردار سرعت خم ← نرمال
نرمال صفحه + نقطه ← نرمال صفحه قائم

ساده
$t<۱:۳۰'$

حجم پارامتری

$\frac{۱}{۲}(e^{t}-e^{-t})$

سرعت $\vec{V}=r'(t)=(۴\sinh t, ۸\cosh t, e^{t})\xrightarrow{t=\ln ۲}(۳, ۱۰, ۲)$ (بردار برخم)

$\frac{۱}{۲}(e^{t}+e^{-t})$

نرمال صفحه قائم

(۱) ✓

نقطه روی خم $r(\ln ۲)=(۵, ۶, ۲)\Rightarrow ۳x+۱۰y+۲z=?۷۹$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۳۲- مشتق سوئی تابع $f(x,y,z)=x^2+3xy+xyz^2$ در نقطه $P(1,1,-1)$ و در جهت بردار یکه از نقطه P به نقطه $Q(2,2,-3)$ کدام است؟

۱) $\frac{14}{\sqrt{6}}$
۲) $\frac{14}{\sqrt{3}}$
۳) $\frac{12}{\sqrt{6}}$
۴) $\frac{12}{\sqrt{3}}$

$\vec{PQ}=Q-P=(1,1,-2) \Rightarrow \vec{u}=\frac{PQ}{|PQ|}=\frac{1}{\sqrt{6}}(1,1,-2)$ ✓

$\nabla f=(f_x,f_y,f_z)=(2x+3y+yz^2,3x+xz^2,2xyz)=(6,4,-2)$ ✓

$D_u f=\vec{\nabla} f(P)\cdot\vec{u}=\frac{1}{\sqrt{6}}(6+4+4)=\frac{14}{\sqrt{6}}$ (۱) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۳۳- فرض کنید C منحنی حاصل از برخورد دو رویهٔ $\phi=\theta$ و $\rho=1+\cos\theta$ در مختصات کروی باشد. اگر دستگاه TNB برای منحنی C را در $\theta=\frac{\pi}{2}$ تشکیل دهیم T کدام است؟

۱) $(-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3},-\frac{\sqrt{3}}{3})$

۲) $(-\frac{\sqrt{3}}{3},-\frac{\sqrt{3}}{3},-\frac{\sqrt{3}}{3})$

۳) $(0,\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2})$

۴) $(0,-\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2})$

$t\le 2:30''$ ، متوسط

بردار یکه مماس $T=\frac{\vec{V}}{|\vec{V}|}$

یک متغیره کنید ← هم پارامتری ← الگو

$\vec{R}=(x,y,z)=(\rho\sin\phi\cos\theta,\ \rho\sin\phi\sin\theta,\ \rho\cos\phi)$

$\Rightarrow R(\theta)=\big((1+\cos\theta)\sin\theta\cos\theta,\ (1+\cos\theta)\sin^2\theta,\ (1+\cos\theta)\cos\theta\big)$

(باقی‌مانده) (صفر) (باقی‌مانده) (صفر)

هم پارامتری

عامل صفرشونده — باقی‌مانده

$f(x)=g(x)\cdot h(x)$ ، $g(x_0)=0, h(x_0)\neq 0$

$f'(x_0)=g'(x_0)\cdot$ باقی‌مانده در عبارت

$V(\frac{\pi}{2})=R'(\frac{\pi}{2})=\big(-1\times 1,\ 0+(-1)(1),\ (-1)(1)\big)=(-1,-1,-1)\Rightarrow T=\frac{V}{|V|}=\frac{1}{\sqrt{3}}(-1,-1,-1)$ (۲) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۳۴- فرض کنید S رویهٔ $x^2+y^2=4$ و $-1\le z\le 2$ باشد. همراه با صفحه‌های $z=2$ و $z=-1$
اگر $\vec{F}(x,y,z)=(zy^2+\cos(y^2)+x)\hat{i}+(x^2+yz)\hat{j}+(\sin(xy)+3y^2z)\hat{k}$ در این صورت شار برونسوی
گذرنده از رویهٔ S کدام است؟

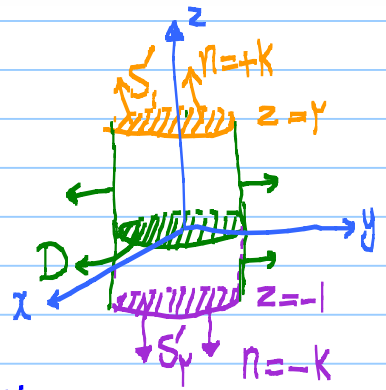
۱) 90π
۲) 94π
۳) 96π
۴) 98π

تصویر بالا: سطح، $+\le 7$، حلبی شکت

شار از سطح (برونسو) $=\iint_S \vec{F}\cdot\vec{n}\,dS$ ← روش تعریف / دیورژانس

⇒ سطح S بسته نمی‌باشد ✓

۱ سطح S' را اضافه کنید به S تا بسته شود ⇐ $S'=S'_1\cup S'_2$ ⇐ سطح بسته با برونسو $S\cup S'$



۲ $S\cup S'$ شار برونسو $=\oiint_{S\cup S'} F\cdot n\,dS=+\iiint_W \operatorname{div}F\,dV=\iiint_W (3x^2+z+3y^2)\,dV$

استوانه‌ای $=\int_0^{2\pi}\int_0^2\int_{-1}^{2}(z+3r^2)\,r\,dz\,dr\,d\theta=\int_0^{2\pi}\int_0^2\left(r\frac{z^2}{2}+3rz\right)\Big|_{-1}^{2}dr\,d\theta=\int_0^{2\pi}\int_0^2\left(\frac{3}{2}r+9r^3\right)dr\,d\theta$

$=2\pi\cdot\frac{3}{4}r^2+\frac{9}{4}r^4\Big]_0^2=78\pi$

۳ S' شار برونسو $=\iint_{S'}F\cdot n\,dS=\iint_{S'_1}F\cdot n\,dS+\iint_{S'_2}F\cdot n\,dS$ روش تعریف $\iint_D F\cdot k\,dA+\iint_D F\cdot(-k)\,dA$

S'_1: $z=2$ ، S'_2: $z=-1$ ، $\sin(xy)+3y^2z^2$ ، $-(\sin xy+3y^2z^2)\Big|_{-1}$

$=\iint_D(4y^2+\text{R}_x\ldots)\,dA-\iint_D(-3y^2+\sin\ldots)\,dA$

$=\iint_D 9y^2\,dA=\int_0^{2\pi}\int_0^2 9r^2\sin^2\theta\,r\,dr\,d\theta=\left(\int_0^{2\pi}\frac{1}{2}(1-\cos 2\theta)\,d\theta\right)\cdot\frac{9}{4}r^4\Big|_0^2=\ldots=36\pi$

یا سریع نهایی، $\iint_S=\oiint_{S\cup S'}-\iint_{S'}=78\pi-36\pi=42\pi$

گ ش

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۳۵- فرض کنید R ناحیه‌ای در $\mathbb{R}^3$ باشد که با نامساوی‌های $r \le 1$ و $0 \le z \le 5 - r^2$ مشخص می‌شود. مقدار $\iiint_R (x^2+y^2)dxdydz$ کدام است؟

۱) ۰
۲) $\frac{13\pi}{6}$
۳) $\frac{7\pi}{3}$
۴) 2π

تصویر روی صفحه xy

انتگرال سه‌گانه ← استوانه‌ای

$t \le 1:30$; سلوه

پاسخ = $\int_0^{2\pi}\int_0^1\int_0^{5-r^2} r^2 \, r\,dz\,dr\,d\theta$

$= \int_0^{2\pi}\int_0^1 r^3(5-r^2)\,dr\,d\theta = 2\pi\cdot\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{6}\right) = \frac{13\pi}{6}$

۱۳۶- ناحیهٔ محصور بین منحنی‌های $y = x^2$ و $y = -x+2$ و محور xها را حول محور yها دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

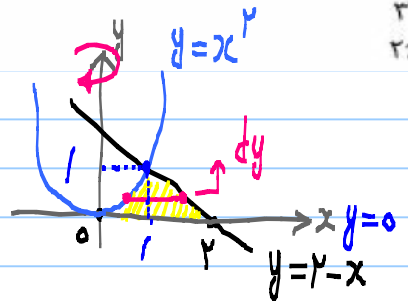
۱) $\frac{13\pi}{6}$
۲) $\frac{11\pi}{6}$
۳) $\frac{5\pi}{3}$
۴) 2π

$x = \alpha = 0$ ، $y = 0$

$x = 2-y$; $x = \sqrt{y}$

$t \le 2:30$ ، متوسط

از المان dy استفاده کنید ← روش لوله



حجم (لوله) $= \pi \int_{0}^{1} (R_2^2 - R_1^2)\,dy$ ، حدود مناسب

شعاع دوران $R_{1,2} = |x-\alpha| = |x| - \begin{cases} \sqrt{y} = R_1 \\ |2-y| = R_2 \end{cases}$

حجم $= \pi\int_0^1 (4+y^2-4y-y)\,dy = \pi\left(4+\frac{1}{3}-2-\frac{1}{2}\right) = \frac{11\pi}{6}$

(۲) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
@math_equation مسعود آقاسی
www.m-aghasi.ir

۱۳۷- مقدار حد زیر کدام است؟

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n}\left(\frac{1}{\sqrt{n^8+1}}+\frac{1}{\sqrt{n^8+2}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n^8+n^5}}\right)$$

تعداد $= n^5$

متوسط ساده $t \le 1$

۱) $+\infty$
۲) ۲
۳) ۱
۴) ۰

عبارت $\sim \frac{1}{n}\left(\frac{1}{n^4}+\frac{1}{n^4}+\ldots+\frac{1}{n^4}\right) = \frac{1}{n}\cdot\frac{n^5}{n^4} = 1$

تعداد $= n^5$

(۳) ✓

۱۳۸- کدام گزینه به ترتیب در مورد $l_2 = \lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{xy-x-y+1}{x^2+y^2-2x-2y+2}$ و $l_1 = \lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} \frac{\sin(x^2+y^2+z^2)}{x^2+y^2+z^2}$ صحیح است؟

۱) هر دو مورد حد دارند.
۲) هر دو مورد دارای حد نیستند.
۳) اولی حد ندارد ولی دومی دارای حد است.
۴) حد اولی موجود است ولی دومی حد ندارد.

$t \le 1$ ، ساده

هم ارزی

$l_1 = \lim \frac{x^2+y^2+z^2}{x^2+y^2+z^2} = 1$

$u = x-1$ ، $v = y-1$

$l_2 = \lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{(x-1)(y-1)}{(x-1)^2+(y-1)^2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{(u,v)\to(0,0)} \frac{uv}{u^2+v^2}$ درجه 2 / درجه 2 حد وجود ندارد.

(۴) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۳۹- ماکزیمم تابع $f(x,y,z)=(\ln x+\ln y+3\ln z)^5$ بر بخشی از کره $x^2+y^2+z^2=125$ که در آن $x>0, y>0, z>0$ به صورت $(\ln A)^5$ می‌باشد مقدار A کدام گزینه است؟

۱) $3\sqrt{3}(5)^5$
۲) $3\sqrt{3}(25)^5$
۳) $\sqrt{3}(5)^5$
۴) $\sqrt{3}(25)^5$

قید

متوسط $t\le 2$

$f=(\ln xyz^3)^5 \xrightarrow{max} (\ln A)^5$

$x^2+y^2+z^2=125$ قید تحت xyz^3 ماکزیمم A عملاً

جمع ثابت حاصلضرب

تابع هدف $=xyz^3=(x^2)^{\frac{1}{2}}(y^2)^{\frac{1}{2}}(z^2)^{\frac{3}{2}}$

جمع $=125=$ عدد ثابت

$\xrightarrow{max} \frac{x^2}{1}=\frac{y^2}{1}=\frac{z^2}{3}\Rightarrow 2x^2=2y^2=\frac{2}{3}z^2 \xrightarrow{\text{قید}} 125=x^2+x^2+3x^2\Rightarrow x^2=25$

$\max(\text{هدف})=5\cdot 5\cdot(75)^{\frac{3}{2}}=5^5\cdot 3\sqrt{3}$ (۱)✓

3×25

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۴۰- اگر C اشتراک نیم‌کره $x^2+y^2+z^2=6x$, $z>0$ و استوانه $x^2+y^2=4x$ باشد، مقدار $\oint_C (y^2+z^2)dx+(z^2+x^2)dy+(x^2+y^2)dz$ برابر کدام گزینه است؟ (جهت C به گونه‌ای است که جهت حرکت تصویر آن روی صفحهٔ xy درجهت مثلثاتی است.)

۱) 36π
۲) 24π
۳) 18π
۴) 12π

۲۹
۲۶.۸۲۲

انتگرال کار

خم بسته + میدان مشکل ندارد + z داریم ⇐ استوکس

قضیه استوکس: $\oint_C F\cdot dr=\iint_S curlF\cdot n\,dS$ = (۳ مرحله‌ای) روش تعریف

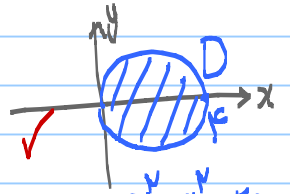
$t\le 6$ خیلی سخت

S سطحی که C مرزش آن باشد.

تقاطع (کره و استوانه) $\Rightarrow 4x+z^2=6x\Rightarrow z^2-2x=0$

S را قسمی از سطح $g=z^2-2x=0$ بگیرید که داخل $x^2+y^2=4x$ قرار دارد و $z>0$ ولذا $\nabla g=(-2,0,2z)$

$$n\,dS=\pm\frac{\nabla g}{|\nabla g\cdot\vec{k}|}\,dA=\pm\frac{1}{2z}(-2,0,2z)\,dA\Rightarrow \vec{n}\,dS=\frac{1}{z}(-1,0,z)\,dA$$



$$curlF=\nabla\times F=\begin{vmatrix} i & j & k\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ 6x-x^2 & 6x-y^2 & 4x\end{vmatrix}=(0,-4,6)$$ (۲)

پاسخ $=\iint curlF\cdot n\,dS=\iint_D 6\,dA=6\times$ مساحت D 4π

$\frac{1}{z}(0+0+6z)=6$

$=24\pi$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
@math_equation مسعود آقاسی
www.m-aghasi.ir

۱۴۱- حاصل $\frac{dy}{dx}$ در عبارت $\int_{0}^{x} \frac{dt}{\sqrt{1+\sin t^3}} + \int_{y}^{2} \sin t^2 dt = 0$ کدام است؟

$F = \int_{0}^{x} \frac{dt}{\sqrt{1+\sin t^3}} + \int_{y}^{2} \sin t^2 dt$

مخلوط از x و y ← ضمنی

(۱) $y' = \frac{1}{\sin y^2 \sqrt{1+\sin x^3}}$

(۲) $y' = \frac{-1}{\sin y^2 \sqrt{1+\sin x^3}}$

(۳) $y' = \frac{1}{\sin(2y)\sqrt{1+\sin^3 x}}$

(۴) $y' = \frac{-1}{\sin(2y)\sqrt{1+\sin^3 x}}$

۱ تا ۲ : متوسط

مشتق ضمنی $\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = -\frac{\frac{1}{\sqrt{1+\sin x^3}}}{0-\sin y^2}$ (۱) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۴۲- مقدار انتگرال $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{-\pi \ln x}}\,dx$ ، کدام است؟

۱) ۱
۲) $\sqrt{\pi}$
۳) e
۴) این انتگرال تعریف نشده است.

$t \le 1$ ، ساده

$$\text{انتگرال} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{-\ln x}}\,dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^1 (-\ln x)^{-\frac{1}{2}}\,dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\cdot \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$\int_0^1 (-\ln x)^p\,dx = \Gamma(p+1)$$

۱۴۳- دامنهٔ همگرایی سری $\sum_{n=k}^{\infty} \frac{(n-k)!}{n!\,k!}(x-a)^{n+k}$ ، کدام است؟ k یک عدد اول است.

۱) $|x-a| < \frac{1}{k}$
۲) $|x-a| < k$
۳) $|x-a| < 1$
۴) مجموعه اعداد حقیقی.

$t \le 2$; متوسط

$k = 2, 3, 5, \ldots$
$k \ge 2$

ضریب ← $a_n = \frac{(n-k)!}{n!\,k!} = \frac{1}{k!\,(n-k+1)\cdots n}$ ← Γk

توانی ← $n+k$ ← بازه

شعاع همگرایی: $\frac{1}{R} = \lim \sqrt[n]{|a_n|} = \lim \frac{1}{\sqrt[n]{k!}\,\sqrt[n]{n(n-1)\cdots(n-k+1)}} = 1 \Rightarrow R = 1 \Rightarrow |x-a| < 1$ همگرا $\Rightarrow$ (۳) ✓

($\sqrt[n]{k!}$ یک، $\sqrt[n]{n(n-1)\cdots(n-k+1)}$ یک)

بررسی ابتدا و انتهای بازه: $x = a \pm 1$ در سری $\sum a_n$ ، $\sum (-1)^n a_n$

$\sum a_n$: همارز $\frac{1}{k!\,n^k}$، $p = k \ge 2$ همگرا

$\sum (-1)^n a_n$: لایب‌نیتز $\Rightarrow$ همگرا $\Rightarrow |x-a| \le 1$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۴۴- می‌دانیم که: $\frac{۲}{\pi}\int_{۰}^{\infty}\frac{\cos mx}{x^۲+a^۲}dx=\frac{e^{-am}}{a^۲}$، مقدار انتگرال $\int_{۰}^{\infty}\frac{x\sin ۳x}{x^۲+۱۶}dx$ کدام است؟

۱) $۸\pi e^{-۱۲}$
۲) $۴\pi e^{-۱۲}$
۳) $\frac{\pi}{۸}e^{-۱۲}$
۴) $\frac{\pi}{۴}e^{-۱۲}$

متوسط ; $t\le ۱$

مشتق به m ⇐ قضیه اساسی

$$\frac{۲}{\pi}\int_{۰}^{+\infty}\frac{-x\sin mx}{x^۲+a^۲}dx=\frac{-a e^{-am}}{a^۲}$$

$$\Rightarrow\int_{۰}^{+\infty}\frac{x\sin mx}{x^۲+a^۲}dx=\frac{\pi}{۲a}e^{-am}\xrightarrow[a=۴]{m=۳}$$ (۳)✓

۱۴۵- حاصل عبارت $s=\frac{۱+(i^{۱۳۹۱}+i^{۱۳۹۲}+i^{۱۳۹۳}+i^{۱۳۹۴}+i^{۱۳۹۵})}{۱-(i^{۲۰۱۳}+i^{۲۰۱۴}+i^{۲۰۱۵}+i^{۲۰۱۶}+i^{۲۰۱۷})}$، کدام است؟

۱) $-i$
۲) -۱
۳) i
۴) ۱

صفر

صفر

متوسط ; $t\le ۱:۳۰$

نکته: مجموع ۴ توان صحیح و متوالی i برابر صفر است.

$$s=\frac{۱+i^{۱۳۹۱}}{۱-i^{۲۰۱۳}}=\frac{۱+i\cdot(i^۴)^{۳۴۹۵}}{۱-i^۱(i^۴)^{۱۰۰۶}}=\frac{۱-i}{۱-i}=۱$$ (۴)✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
@math_equation مسعود آقاسی
www.m-aghasi.ir

۱۴۶- انحنای منحنی $\begin{cases} x = t + \sin t \\ y = t - \sin t \\ z = \sqrt{2}\cos t \end{cases}$ ، کدام است؟

۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
۲) $\sqrt{2}$
۳) $2\sqrt{2}$
۴) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

$t \to 2$; متوسط

انحنا : $K = \frac{|V \times a|}{|V|^3}$

$R = (t+\sin t, t-\sin t, \sqrt{2}\cos t)$

$V = R' = (1+\cos t, 1-\cos t, -\sqrt{2}\sin t)$

$a = V' = (-\sin t, \sin t, -\sqrt{2}\cos t)$

$\Rightarrow V \times a = (-\sqrt{2}\cos t + \sqrt{2}, \sqrt{2}\cos t + \sqrt{2}, 2\sin t)$

$|V \times a| = \sqrt{2(1-\cos t)^2 + 2(1+\cos t)^2 + 4\sin^2 t} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$

$|V| = \sqrt{\cdots\cdots} = 2 \Rightarrow K = \frac{\sqrt{8}}{8} = \frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ (۴) ✓

۱۴۷- اگر $u = \frac{x^2y^2 - y^4}{x^2 + y^2}$ ، مقدار $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y}$ ، کدام است؟

درجه ۴ / درجه ۲

$t < 2^0$ ، خیلی ساده

قضیه اویلر

۱) u
۲) $2u$ ✓
۳) $3u$
۴) $4u$

$\alpha = 2$ همگن درجه $u \Rightarrow xu_x + yu_y = \alpha u = 2u$ (۲) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
@math_equation مسعود آقاسی
www.m-aghasi.ir

۱۴۸- اگر $I=\int_1^2 f(u)du$ و $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 1<xy<2,\ 1<x^2-y^2<5\}$ باشد، آنگاه $\iint_D f(xy)(x^2+y^2)dx\,dy$ کدام است؟

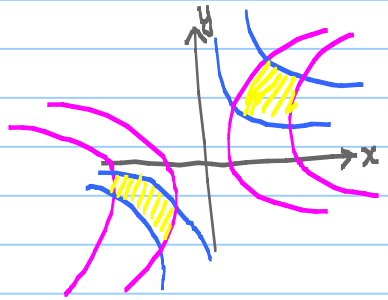
۱) $\frac{I}{2}$
۲) I
۳) $2I$
۴) $\frac{I}{4}$

انتگرال دوگانه

$dA=|J|dudv=\frac{1}{2(x^2+y^2)}dudv$

متوسط ؛ $t\le 3'$

تغییر متغیر $\begin{cases} u=xy \\ v=x^2-y^2 \end{cases}$; $D:\begin{cases} 1<u<2 \\ 1<v<5 \end{cases}$ یک ناحیه مستطیلی



$\frac{1}{J}=\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}=\begin{vmatrix} y & x \\ 2x & -2y \end{vmatrix}=-2(y^2+x^2) \Rightarrow |J|=\frac{1}{2(x^2+y^2)}$ ✓

پاسخ $=\int_1^5\int_1^2 f(u)\cdot\frac{1}{2}\,dudv=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot\int_1^2 f(u)\,du=2I$

چون با قرینه کردن همزمان x و y ضابطه D عوض نمی‌شود پس ناحیه D نسبت به مبدأ متقارن است (هم ربع ۱، هم ربع ۳)
محاسبه بالا فقط انتگرال را روی یکی از ناحیه‌ها محاسبه کرد ⇐ جواب $4I$ است.

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۴۹- حاصل انتگرال $\iint \vec{F}.\vec{n}\,d\sigma$ وقتی $\vec{F}(x,y,z)=y\sin z\,\vec{i}+3xy\,\vec{j}+\tan x^2\,\vec{k}$، کدام است؟ S مرز ناحیهٔ $x^2+y^2\le 4$ ، $0\le z\le 3$ ، $y\ge 0$ و $x\ge 0$ می‌باشد.

۱) ۴۸
۲) ۲۴ ×
۳) -24 ×
۴) -48

S بسته است.

متوسط ؛ $t\le 2$

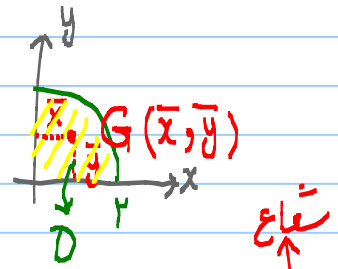
انتگرال‌شار

انگرال(شار) $= \iiint_W \operatorname{div}F\,dV = \iiint_W 3x\,dV$

$= \iint_D \int_0^3 3x\,dz\,dA = \iint_D 9x\,dA$

تصویر: D

$= 9\,\bar{x}\cdot D_{\bar{x}0\le y\le 3} = 9\left(\frac{4(2)}{3\pi}\right)\cdot\frac{4\pi}{4} = 24$



شعاع

$\bar{x}=\bar{y}=\frac{4a}{3\pi}$

۱۵۰- مقدار انتگرال $\int_1^e \frac{1}{x}\sqrt{(\ln x)^2+(\ln x)^3}\,dx$ ، کدام است؟

۱) $\frac{1+\sqrt{2}}{15}$
۲) $\frac{4\sqrt{2}+1}{15}$
۳) $\frac{4+\sqrt{2}}{15}$
۴) $\frac{4\sqrt{2}+4}{15}$

متوسط ؛ $t\le 2$

$t=\ln x \rightsquigarrow dt=\frac{1}{x}dx \Rightarrow$ انگرال $= \int_0^1 \sqrt{t^2+t^3}\,dt = \int_0^1 t\sqrt{t+1}\,dt \xrightarrow[\text{انتقال}]{t\to t-1} \int_1^2 (t-1)\sqrt{t}\,dt = \int_1^2 (t^{\frac{3}{2}}-t^{\frac{1}{2}})\,dt$

$t^2(t+1)$

$= \frac{2}{5}t^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}\Big]_1^2 = (4)$ ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۵۱- به ازای کدام عدد حقیقی C انتگرال ناسره $\int_0^{\infty}\left[\frac{C}{x+1}-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right]dx$ همگراست و مقدار انتگرال چقدر است؟

۱) $C=1$ ، و مقدار $\frac{1}{2}$

۲) $C=\frac{1}{2}$ ، و مقدار $\frac{1}{2}$

۳) $C=1$ ، و مقدار $-\ln 2$

۴) $C=\frac{1}{2}$ ، و مقدار $-\ln 2$

ناسرگی

متوسط ؛ $t\le 2:30'$

$x\to\infty$ آزمون هم ارزی : $\frac{C}{x+1}-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\sim\frac{C}{x}-\frac{1}{x}=(C-1)\cdot\frac{1}{x}$ $\xrightarrow{\int_{\text{آزمون}}^{+\infty}\frac{dx}{x^1}}$ $p=1\not>1$ واگرا

برای هر $C\neq 1$ انتگرال واگراست. $\Leftarrow$ $C=1$ همگراست (اعتماد به طراح سؤال)

$$C=1\Rightarrow\int_0^{+\infty}\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)dx=\ln(x+1)-\sinh^{-1}x\Big]_0^{+\infty}$$

$\sinh^{-1}x=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$

$$=\ln\frac{x+1}{x+\sqrt{x^2+1}}\Big]_0^{+\infty}=\ln\frac{x}{2x}-\ln 1=\ln\frac{1}{2}=-\ln 2$$ (۳) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۵۲- نقطه تماس صفحه افقی مماس بر رویه $z = x^4 - 4xy^3 + 6y^2 - 2$، کدام است؟

۱) $(1, -1, 9)$
۲) $(1, 1, 1)$
۳) $(0, 1, 4)$
۴) $(-1, 0, -1)$

سطح $x^4 - 4xy^3 + 6y^2 - 2 - z = 0$

به موازات صفحه xy یعنی $z = 0$

گرادیان معادله سطح، بردار نرمال صفحه مماس است.

$t \leq 2$; متوسط

صفحه مماس $\parallel xy$ $\Leftrightarrow$ نرمال $\parallel \vec{k} \Leftrightarrow \vec{\nabla} g \parallel \vec{k}$

$\nabla g = (4x^3 - 4y^3, -12xy^2 + 12y, -1) \parallel (0, 0, 1)$ موازی

$$\begin{cases} 4x^3 - 4y^3 = 0 \Rightarrow x = y \Rightarrow (2) \checkmark \\ 12y - 12xy^2 = 0 \end{cases}$$

در معادله دوم

$12x - 12x^3 = 0 \Rightarrow$
- $x = 0 = y \Rightarrow (0, 0, -2)$
- $x = 1 = y \Rightarrow (1, 1, 1)$
- $x = -1 = y \Rightarrow (-1, -1, -1)$

۱۵۳- اگر $u(x, y, t) = \frac{1}{t} e^{-\frac{x^2 + y^2}{4t}}$، آنگاه مقدار $\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$، کدام است؟

۱) ۰
۲) $-\frac{2}{t^2} e^{\frac{-x^2 - y^2}{4t}}$
۳) $\frac{2}{t^2} e^{\frac{-x^2 - y^2}{4t}}$
۴) $\frac{x^2 + y^2}{4t^3} e^{\frac{-x^2 - y^2}{4t}}$

$u = \frac{1}{t} e^{\cdots\cdots}$

$t \leq 3$; متوسط

$$u_t = -\frac{1}{t^2} e^{\cdots\cdots} + \frac{1}{t} \cdot \left(\frac{x^2 + y^2}{4t^2}\right) e^{\cdots\cdots} = -\frac{1}{t} u + \frac{x^2 + y^2}{4t^3} u \checkmark$$

$$u_x = \frac{1}{t} \left(\frac{-2x}{4t}\right) e^{\cdots\cdots} = -\frac{1}{2t} x u \Rightarrow u_{xx} = -\frac{1}{2t} \left(u + x \underbrace{u_x}_{-\frac{x}{2t} u}\right) = -\frac{1}{2t} \left(u - \frac{x^2}{2t} u\right) \checkmark$$

به عبارت صورت سوال $\Rightarrow u_t - u_{xx} - u_{yy} = \cdots\cdots = 0$

به تقارن $\Rightarrow u_{yy} = -\frac{1}{2t} \left(u - \frac{y^2}{2t} u\right) \checkmark$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۵۴- اگر مسیر C با رئوس (۳،۰) و (۶،۰) و (۱۷،۵) در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت باشد، آنگاه $\int_C (7y+e^{x^2})dx+(19x+e^{y^2})dy$ برابر است با:

۱) $\frac{45}{2}$
۲) ۴۵
۳) ۹۰
۴) ۱۸۰

بسته + یکبار + جهت مثبت

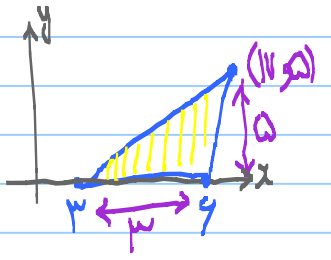
انتگرال کار

F_1 F_2

خم بسته + میدان مشکل ندارد + z نداریم ⇐ گرین

قضیه گرین $\oint_C F_1dx+F_2dy=\iint_D\left(\frac{\partial F_2}{\partial x}-\frac{\partial F_1}{\partial y}\right)dA=\iint_D(19-7)\,dA$

$=12\times D$ مساحت $=12\times\frac{5\times3}{2}=90$ (۳)✓



۱۵۵- هرگاه $0\le t\le 1$ ، $r(t)=e^t i+e^t j+3k$

x y z

$F(x,y,z)=ye^{x^2}i+xe^{y^2}j+\cosh xy^3k$ باشد، انتگرال $\int_C F.dr$ ، چقدر است ؟

$r'(t)\,dt$

انتگرال کار و C غیربسته

$curl F\neq 0$ ⇒ غیرپایستار

روش تعریف (روش جایگذاری)

متوسط ؛ $t\le 1:30'$

۱) $e^{e^2}-e$
۲) $e^{e^2}-1$
۳) e^e-e
۴) e^e-1

$r'(t)=(e^t,e^t,0)$ ، روی خم $\vec{F}=(e^t.e^{2t},e^t.e^{2t},*)$

$\int F.dr=\int F.r'\,dt=\int_0^1 2e^{2t}\cdot e^{e^{2t}}dt=e^{e^{2t}}\Big|_0^1=e^{e^2}-e^1$ (۱)✓

u' u

برنامه دوره های ریاضی عمومی و معادلات آنلاین برای کنکور ۱۴۰۲

برای ثبت نام در کلاسهای آنلاین(ویژه کنکور ۱۴۰۲) می توانید از لینک های زیر استفاده نمایید:

- کلاس درس و تست ۱۵+۱۰۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/da1402
- کلاس نکته و تست ۵۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/te1402
- جمع بندی ریاضی عمومی ۲۵ ساعتی(بر اساس باکس مطالب مشابه) https://b2n.ir/mo1402
- پکیج کلاس درس+نکته+جمع بندی ۱۹۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/pa1402
- ویدیو و جزوه رایگان تدریس ریاضی پایه در ۱۵ ساعت https://b2n.ir/ta1402
- کلاس درس و تست ۵۰ ساعتی معادلات دیفرانسیل https://b2n.ir/eq1402
- ویدیو و جزوه درس و تست فشرده ۱۶+۵۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/fe1402
- وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز اول) برای کنکور ۱۴۰۲ https://b2n.ir/wb1402
- وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز ۲ و ۳) برای کنکور ۱۴۰۲ https://b2n.ir/wbb1402
- کارگاه رایگان حل تست جامع ریاضی (تستهای کنکور ۹۶ تا ۱۴۰۱ رشته های مختلف) https://b2n.ir/ja1402

✓ پکیج ۱۹۰ ساعتی کاملترین دوره ریاضی عمومی است و تخفیف بالاتری نسبت به سایر دوه ها خواهد داشت.

✓ دوستانی که از دوره رایگان ریاضی پایه استفاده کرده اند، در صورت تمایل برای ثبت نام در هر یک از دوره های *(درس، نکته، جمع بندی، پکیج)* از کد تخفیف **PAYE10** استفاده نمایند تا از ۱۰٪ تخفیف اضافه تر بهره مند گردند.

توجه : در صورت بروز مشکل در استفاده از لینک های بالا، برای دریافت لینک فعال یا ثبت نام به صفحه اول سایت https://negareh.ac.ir/aghasi یا www.m-aghasi.ir یا https://b2n.ir/class1402 یا کانال تلگرام @math_equation مراجعه یا از طریق ایمیل زیر پیگیری نمایید:

ایمیل برای مشاوره یا رفع اشکال : masoudaghasi1395@gmail.com