کارگاه آنلاین و رایگان حل تست های ریاضی عمومی کنکور ۹۷

(صنایع، عمران، نقشه برداری، MBA، مکانیک، کامپیوتر)

بهار ۱۳۹۸

مدرس: مسعود آقاسی

www.m-aghasi.ir

@math_equation

برنامه دوره های ریاضی عمومی و معادلات آنلاین برای کنکور ۱۴۰۲

برای ثبت نام در کلاسهای آنلاین(ویژه کنکور ۱۴۰۲) می توانید از لینک های زیر استفاده نمایید:

- کلاس درس و تست ۱۵+۱۰۰ ساعتی ریاضی عمومی — https://b2n.ir/da1402
- کلاس نکته و تست ۵۰ ساعتی ریاضی عمومی — https://b2n.ir/te1402
- جمع بندی ریاضی عمومی ۲۵ ساعتی(بر اساس باکس مطالب مشابه) — https://b2n.ir/mo1402
- پکیج کلاس درس+نکته+جمع بندی ۱۹۰ ساعتی ریاضی عمومی — https://b2n.ir/pa1402
- ویدیو و جزوه رایگان تدریس ریاضی پایه در ۱۵ ساعت — https://b2n.ir/ta1402
- کلاس درس و تست ۵۰ ساعتی معادلات دیفرانسیل — https://b2n.ir/eq1402
- ویدیو و جزوه درس و تست فشرده ۱۶+۵۰ ساعتی ریاضی عمومی — https://b2n.ir/fe1402
- وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز اول) برای کنکور ۱۴۰۲ — https://b2n.ir/wb1402
- وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز ۲ و ۳) برای کنکور ۱۴۰۲ — https://b2n.ir/wbb1402
- کارگاه رایگان حل تست جامع ریاضی (تستهای کنکور ۹۶ تا ۱۴۰۱ رشته های مختلف) — https://b2n.ir/ja1402

✓ پکیج ۱۹۰ ساعتی کاملترین دوره ریاضی عمومی است و تخفیف بالاتری نسبت به سایر دوه ها خواهد داشت.

✓ دوستانی که از دوره رایگان ریاضی پایه استفاده کرده اند، در صورت تمایل برای ثبت نام در هر یک از دوره های *(درس، نکته، جمع بندی، پکیج)* از کد تخفیف **PAYE10** استفاده نمایند تا از ۱۰٪ تخفیف اضافه تر بهره مند گردند.

توجه : در صورت بروز مشکل در استفاده از لینک های بالا، برای دریافت لینک فعال یا ثبت نام به صفحه اول سایت https://negareh.ac.ir/aghasi یا www.m-aghasi.ir یا https://b2n.ir/class1402 یا کانال تلگرام @math_equation مراجعه یا از طریق ایمیل زیر پیگیری نمایید:

ایمیل برای مشاوره یا رفع اشکال : masoudaghasi1395@gmail.com

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی – کنکور ۹۷
رشته‌های صنایع، عمران، نساجی، نقشه‌برداری، MBA ، مکانیک، کامپیوتر

جلسه دوم

مدرس: مسعود آقاسی
www.m-aghasi.ir

مجموعه مدیریت کسب و کار و امور شهری (MBA)- کد ۱۱۴۸

برای دریافت ویدیو یا جزوات کارگاه های رایگان حل تستهای جامع ریاضی عمومی
که درسالهای اخیر برگزار شده است از لینک https://b2n.ir/ja1402
استفاده نمایید. (هر سال ویدیوهای جدیدی به لیست زیر اضافه خواهند شد.

- ویدیو و جزوه حل تستهای مدیریت کسب و کار MBA ۱۳۹۶ تا ۱۴۰۰
- ویدیو و جزوه حل تستهای عمران و مکانیک ۹۸
- جزوه حل تستهای صنایع، عمران، نساجی، نقشه برداری ۹۷
- جزوه حل تستهای مکانیک و کامپیوتر ۹۷

۱۲۶- فرض کنید $z=\frac{(1+2i)(1+3i)(1+4i)}{(2-3i)(2-4i)}$ باشد، در این‌صورت مقدار $z\bar{z}$ کدام است؟

۱) $\frac{۸۶}{۲۵}$
۲) $\frac{۹۶}{۲۵}$
۳) $\frac{۸۵}{۲۶}$
۴) $\frac{۹۵}{۲۶}$

$z\bar{z}=|z|^2$

$z=x+iy \Rightarrow |z|=\sqrt{x^2+y^2}$

$|z|=\frac{|1+2i||1+3i||1+4i|}{|2-3i||2-4i|}$

$=\frac{\sqrt{1+2^2}\cdot\sqrt{1+9}\cdot\sqrt{17}}{\sqrt{13}\cdot\sqrt{25}\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{85}}{\sqrt{26}}$

$\Rightarrow z\bar{z}=|z|^2=\frac{85}{26}$ (۳)✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۲۷- اگر z و w دو عدد مختلط باشند که $\left|\frac{z-w}{1-\bar{z}w}\right|=1$ ، کدام مورد همواره صحیح است؟

۱) $|w|=|z|$
۲) $|w|=1$ یا $|z|=1$
۳) $|w|<1$ یا $|z|<1$
۴) $|w|>1$ یا $|z|>1$

روش اول. $z=1 \Rightarrow \left|\frac{1-w}{1-w}\right|=1 \Rightarrow$ هر w (مخالف یک)

$|u|^2=u\bar{u}$

روش دوم. $|z-w|=|1-\bar{z}w| \Rightarrow |z-w|^2=|1-\bar{z}w|^2$

$\Rightarrow (z-w)(\bar{z}-\bar{w})=(1-\bar{z}w)(1-z\bar{w}) \Rightarrow z\bar{z}+w\bar{w}=1+z\bar{z}w\bar{w}$

$\Rightarrow |z|^2+|w|^2-1-|z|^2|w|^2=0 \Rightarrow (|z|^2-1)+|w|^2(1-|z|^2)=0 \Rightarrow (1-|z|^2)(|w|^2-1)=0$

فاکتور

$\Rightarrow |z|=1$ و $|w|=1$ (۴) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۲۸- مقدار $\lim_{x\to 0}\frac{\int_{x^3}^{x^2}\sin t^2 dt}{x^6}$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{6}$
۲) $-\frac{1}{3}$
۳) $\frac{1}{3}$
۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ = $\frac{0}{0}$ = مبهم

$\sin t = t - \frac{t^3}{3!} + \cdots$

پاسخ: $\overset{H\text{op}}{\underset{\frac{0}{0}}{=}} \lim_{x\to 0}\frac{2x\sin x^4 - 3x^2\sin x^6}{6x^5} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 0}\frac{2x(x^4-\cdots) - 3x^2(x^6-\cdots)}{6x^5}$

کسر را تا ۵ بسط بنویسید.

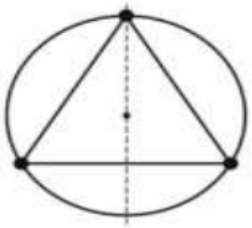
$= \lim_{x\to 0}\frac{2x^5}{6x^5} = \frac{1}{3}$ (۳) ✓

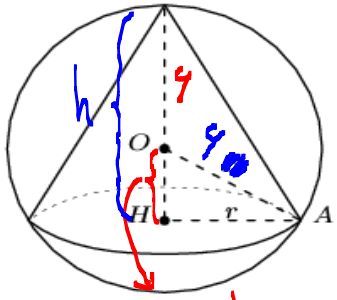
کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۲۹- در کره‌ای به شعاع ۶cm مخروطی را محاط می‌کنیم. ماکزیمم حجم این مخروط چقدر است؟

۱) $\frac{(۲۵۸)\pi}{۳}$
۲) $\frac{(۲۵۶)\pi}{۳}$
۳) $\frac{(۱۲۸)\pi}{۳}$
۴) $\frac{(۱۲۷)\pi}{۳}$

بهینه‌سازی





$OH = h-۶$

شعاع قاعده $= r$ ارتفاع مخروط $= h$

تابع مورد نظر: حجم مخروط $V = \frac{\pi}{۳} r^۲ h$

$\triangle AHO$ فیثاغورس $\Rightarrow (h-۶)^۲ + r^۲ = ۶^۲$ رابطه کمکی

$r^۲ = ۱۲h - h^۲$

$V = \frac{\pi}{۳} h(۱۲h - h^۲) = \frac{\pi}{۳}(۱۲h^۲ - h^۳) \Rightarrow V' = \frac{\pi}{۳}(۲۴h - ۳h^۲) = ۰ \Rightarrow h = ۸$ ✓

$V_{max} = \frac{\pi}{۳}(۱۲\times ۸^۲ - ۸^۳) = \frac{۲۵۶\pi}{۳}$

(۲) ✓

ماکزیمم حجم مخروط در کره به شعاع R $= \frac{۳۲\pi}{۸۱} R^۳$

ارتفاع $= \frac{۴}{۳} R$ شعاع قاعده $= \frac{۲\sqrt{۲}}{۳} R$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۳۰- اگر ناحیه بین $y=\sin x$ و $y=\cos x$ برای $0 \le x \le \frac{\pi}{4}$ را حول محور yها دوران دهیم، حجم ناحیه حاصل از دوران کدام است؟

۱) $\pi(\frac{\pi}{\sqrt{2}}-2)$ ✓

۲) $\pi(\frac{\pi}{\sqrt{2}}+2)$

۳) $\pi(\frac{\pi}{\sqrt{2}}-1)$

۴) $\pi(\frac{\pi}{\sqrt{2}}+1)$

$x=\alpha=0$

فاصله (x,y) تا محور دوران $= |x-\alpha|$

حجم (روش استوانه‌ای) $= 2\pi \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \underbrace{\text{شعاع دوران}}_{|x|} \times \underbrace{\text{ارتفاع}}_{|y_2-y_1|} \times \text{دیفرانسیل متغیر}$

$= 2\pi \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} |x||\cos x-\sin x|\,dx = 2\pi \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} x(\cos x-\sin x)\,dx$

u , dv , مثبت

جزء به جزء $= 2\pi\left(x(\sin x+\cos x)\Big|_{0}^{\frac{\pi}{4}} - \int_{0}^{\frac{\pi}{4}}(\sin x+\cos x)\,dx\right) = 2\pi\left(\frac{\pi\sqrt{2}}{4}-(-\cos x+\sin x)\Big|_{0}^{\frac{\pi}{4}}\right)$

$= (1)$ ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۳۱- مرکز جرم یک صفحه مستطیلی را که ناحیهٔ $0 \le x \le 2$ و $0 \le y \le 3$ را فرا می‌گیرد، در صورتی‌که چگالی سطح جنس صفحه در مکان (x,y) برابر $3y$ باشد، کدام است؟

۱) $(1, \frac{1}{2})$
۲) $(1, \frac{3}{2})$
۳) $(1, 2)$ ✓
۴) $(1, \frac{5}{2})$

ناحیه در $\mathbb{R}^2$

$G(\bar{x}, \bar{y})$

گزینه‌ها ⇐ فقط $\bar{y}$ را محاسبه کنید.

$$\bar{y} = \frac{\int y\,\delta\, d(\text{شکل})}{\int \delta\, d(\text{شکل})} = \frac{\iint y\,\delta\, dA}{\iint \delta\, dA} = \frac{\int_0^2 \int_0^3 3y^2\, dy\, dx}{\int_0^2 \int_0^3 3y\, dy\, dx}$$

$$= \frac{(\int_0^2 dx)(\int_0^3 3y^2 dy)}{(\int_0^2 dx)(\int_0^3 3y\, dy)} = 2$$

(۳) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۳۲- فرض کنید $f:[0,1]\to[0,1]$ تابعی پیوسته باشد. در این‌صورت در مورد معادله $3x-\int_0^{x^2} f(t)dt=2$ چه می‌توان گفت؟

۱) دقیقاً یک ریشه در بازه $[0,1]$ دارد.
۲) دقیقاً دو ریشه در بازه $[0,1]$ دارد.
۳) دقیقاً سه ریشه در بازه $[0,1]$ دارد.
۴) هیچ ریشه‌ای در بازه $[0,1]$ ندارد.

$0\le f(t)\le 1$

تعداد ریشه‌های f ؟ در $[0,1]$

تابع کمکی $g(x)=3x-2-\int_0^{x^2} f(t)dt$

مشتق g : $g'(x)=3-2x\,f(x^2)>0 \Rightarrow$ g صعودی اکید

$2x$: بین ۰ و ۲ ، $f(x^2)$: بین ۰ و ۱

$g(0)=0-2-\int_0^0 = -2<0$ (صفر)

$g(1)=3-2-\int_0^1 f(t)dt \ge 0$ (انتگرال بین ۰ و ۱)

$g(0)g(1)\le 0 \Rightarrow$ (۱) دقیقاً یک ریشه حالت ۲

اگر مشتق تابع g بر بازه $[a,b]$ تغییر علامت ندهد آنگاه :

۱) $g(a)g(b)>0 \Rightarrow$ g ریشه ندارد.

۲) $g(a)g(b)\le 0 \Rightarrow$ g دقیقاً یک ریشه.

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۳۳- بازه همگرایی $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(3x-6)^n}{(n+1)^9}$ کدام است؟

۱) $(\frac{5}{3}, \frac{7}{3})$
۲) $[\frac{5}{3}, \frac{7}{3})$
۳) $(\frac{5}{3}, \frac{7}{3}]$
۴) $[\frac{5}{3}, \frac{7}{3}]$

$x=\frac{7}{3}$: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^9} \sim \frac{1}{n^9}$, $p=9>1$ ⟹ همگرا

$x=\frac{5}{3}$: $\sum \frac{(-1)^n}{(n+1)^9}$ متناوب، هر ۳ شرط دارد ⟹ همگرا

گزینه ۴ ⟹ $[\frac{5}{3}, \frac{7}{3}]$ ✓

سری توانی $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$

همگراست: $|x-x_0|<R$ ✓

روش اصلی: سری $= \sum_{n=0}^{\infty} \underbrace{\frac{3^n}{(n+1)^9}}_{a_n} (x-2)^n$ سری توانی

شعاع همگرایی $\frac{1}{R} = \lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \lim \frac{3}{\sqrt[n]{(n+1)^9}} = 3 \Rightarrow R = \frac{1}{3}$

$\sqrt[n]{(n+1)^9} \to 1$

$|x-2|<\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{5}{3}<x<\frac{7}{3}$ بازه باز

$\sum (-1)^n a_n$, $a_n>0$, نزولی، $a_n \to 0$ ⟹ سری متناوب همگرا

بازه بدست می‌آید ← باعدد گذاری $\frac{5}{3}$ و $\frac{7}{3}$ بررسی می‌کنید

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۳۴- مقدار $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^{2}\,2^{n+1}}{3^{n+1}}$ برابر کدام عدد است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۹

$\sum aq^{n}$ سری هندسی ~~سری تلسکوپی~~ ~~سری مک‌لورن~~

$\sum n x^{n+1} = ?$

ضریب n یک واحد مشتق است.

$\sum_{n=0}^{\infty} x^{n} = \frac{1}{1-x}$ مشتق $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} n x^{n-1} = \frac{1}{(1-x)^{2}}$ ضرب x^{2} $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} n x^{n+1} = \frac{x^{2}}{(1-x)^{2}}$

$x = \frac{2}{3}$

$x=\frac{2}{3} \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} n\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{1}{9}} = 4$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۳۵- اگر $f(x)=\frac{۱}{۳x+۵}$ باشد، مقدار $f^{(۱۰۰)}(-۱)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳^{۱۰۰}}{۵^{۱۰۰}}(۱۰۰)!$

۲) $\frac{۳^{۱۰۰}}{۲^{۱۰۰}}(۱۰۰)!$

۳) $\frac{۳^{۱۰۰}}{۵^{۱۰۱}}(۱۰۰)!$

۴) $\frac{۳^{۱۰۰}}{۲^{۱۰۱}}(۱۰۰)!$

$$f(x)=\frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{(n)}(x)=\frac{(-c)^{n-1}(ad-bc)\,n!}{(cx+d)^{n+1}}$$

$$f(x)=\frac{\frac{۱}{۳}}{x+\frac{۵}{۳}} \Rightarrow f'(x)=\frac{-\frac{۱}{۳}\times ۱}{(x+\frac{۵}{۳})^{۲}},\ f''(x)=\frac{+\frac{۱}{۳}\times ۲}{(x+\frac{۵}{۳})^{۳}},\ \ldots\ldots$$

$$f^{(۱۰۰)}(x)=\frac{+\frac{۱}{۳}\cdot(۱۰۰)!}{(x+\frac{۵}{۳})^{۱۰۱}} \Rightarrow f^{(۱۰۰)}(-۱)=\frac{۱۰۰!}{۳(\frac{۲}{۳})^{۱۰۱}}=\frac{۳^{۱۰۰}(۱۰۰!)}{۲^{۱۰۱}}$$

(۴) ✓

۱۳۶- مقدار $\lim_{n\to+\infty}\frac{\frac{1}{n}\left(\sinh(\frac{1}{n})+\sinh(\frac{2}{n})+\cdots+\sinh(\frac{n}{n})\right)}{\frac{1}{n}\left(\cosh(\frac{1}{n})+\cosh(\frac{2}{n})+\cdots+\cosh(\frac{n}{n})\right)}$ ، برابر کدام گزینه است؟

ریمان ریمان

۱) $\frac{e}{e-1}$
۲) $\frac{e}{e+1}$
۳) $\frac{e+1}{e-1}$
۴) $\frac{e-1}{e+1}$

$\lim_{n\to+\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n}f(c_k)=\int_0^1 f(x)\,dx \quad ; \quad \frac{k-1}{n}\le c_k\le\frac{k}{n}$

$\lim_{n\to+\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n}f(\frac{k}{n})=\int_0^1 f(x)\,dx$

صورت: $\sinh x = f(x)$

مخرج: $\cosh x = f(x)$

ضریب e^2

$$\text{پاسخ}=\frac{\int_0^1 \sinh x\,dx}{\int_0^1 \cosh x\,dx}=\frac{\cosh x\big|_0^1}{\sinh x\big|_0^1}=\frac{\cosh 1-1}{\sinh 1}=\frac{\frac{1}{2}(e+e^{-1})-1}{\frac{1}{2}(e-e^{-1})}=\frac{e^2+1-2e}{e^2-1}=\frac{(e-1)^2}{(e-1)(e+1)}=\frac{e-1}{e+1}$$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۳۷- مقدار $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ برابر کدام گزینه است؟

۱) $\sqrt{2\pi}$
۲) $\sqrt{2}\pi$
۳) $2\sqrt{\pi}$
۴) 2π

$(k>0)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-kx^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{k}} \xrightarrow{k=\frac{1}{2}} (1) \checkmark$$

$$\int_0^{+\infty} e^{-x^2} \cdot x^{2p+1} dx = \frac{1}{2}\Gamma(p+1) \xrightarrow{p=-\frac{1}{2}} \int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

راه‌حل دوم: $\xrightarrow{x=t\sqrt{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} \cdot \sqrt{2}\, dt = 2\sqrt{2} \int_0^{+\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{2\pi}$ (1) ✓

(e^{-t^2}: تابع زوج)

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۳۸- اگر $\{a_n\}_{n=0}^{+\infty}$ دنباله‌ای نامنفی و $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ همگرا باشد، کدام‌یک از دنباله‌های زیر ممکن است همگرا نباشد؟

۱) $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n^2$

۲) $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n^2\sqrt{a_n}$

۳) $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n\sqrt{a_n}$

۴) $\sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{a_n}$ ✓

واگرا $\sum \frac{1}{n}$: گزینه ۴ ؛ $a_n=\frac{1}{n^2}$ ⇒ همگرا $\sum \frac{1}{n^2}$

(۴) ✓

دقت کن: اگر $a_n\geq 0$ و $\sum a_n$ همگرا ⇒ $\sum a_n^2$ همگرا

چرا؟

شرط لازم: $\lim a_n=0$ ⇒ a_n نزدیک صفر است ⇒ $0\leq a_n\leq 1$ ضرب a_n ⇒ $0\leq a_n^2\leq a_n$

مقایسه ⇐ $\sum a_n^2$ همگرا است

نکته: اگر $a_n\geq 0$ و $\sum a_n$ همگرا آنگاه $\sum (a_n)^\alpha$ برای $\alpha\geq 1$ همگرا است.

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۳۹- انتگرال‌های ناسرهٔ $I=\int_{1}^{+\infty}\frac{x^3+2x^2+30}{x^6+2x^4+60}dx$ و $J=\int_{1}^{+\infty}\frac{\cos x^2+1}{e^x+\sin x^2+1}dx$، به‌ترتیب، چگونه هستند؟

۱) واگرا ـ همگرا
۲) همگرا ـ همگرا
۳) همگرا ـ واگرا
۴) واگرا ـ واگرا

$-1\le \cos x^2 \le 1$

$x\to+\infty$: I تابع $\sim \frac{x^3}{x^6}=\frac{1}{x^3}$ $\xRightarrow{p=3>1}$ I همگراست.

$x\to+\infty$: $0\le \frac{1+\cos^2 x}{e^x+\sin x^2+1}\le \frac{2}{e^x+\sin x^2+1}\sim \frac{2}{e^x}=2e^{-x}$

J در $+\infty$ ناسره است

انتگرال همگراست $\alpha=-1<0$ $\Leftarrow$ هم‌ارزی همگراست $\Leftarrow$ مقایسه J همگراست.

(۲) ✓

نکته. $\int_{1}^{+\infty}e^{\alpha x}dx$ همگراست $\Leftrightarrow \alpha<0$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۴۰- اگر $I=\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{n^{1396}}{2^n}$ و $J=\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{10n^2-n+1}{n^3+n^2+30}$، در این‌صورت I و J، به‌ترتیب، چگونه هستند؟

۱) همگرا ـ واگرا
۲) واگرا ـ واگرا
۳) واگرا ـ همگرا
۴) همگرا ـ همگرا

$J: n\to+\infty:$ جمله عمومی $\sim \frac{10n^2}{n^3}=\frac{10}{n^1}$ $\xrightarrow{p=1\le 1}$ J واگراست

برای I با توجه به وجود نمایی 2^n از آزمون ریشه حل می‌شود.

$\lim\sqrt[n]{\text{جمله عمومی}}=\lim\frac{\sqrt[n]{n^{1396}}}{2}=\frac{1}{2}=l<1\Rightarrow$ سری همگراست. ($\sqrt[n]{n^{1396}}\to 1$)

(۱) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۴۱- معادله صفحه مماس بر رویهٔ $e^z + 3xy^2 + 2zx = 4$ در نقطهٔ $(1,-1,0)$ کدام است؟

۱) $3x + 6y + 3z = -3$
۲) $2x - y + 2z = 3$
۳) $x - 2y + z = 3$
۴) $3x - 6y + 2z = 9$

$g(x,y,z) = e^z + 3xy^2 + 2zx$ سطح $\Rightarrow \nabla g$ بردار عمود بر سطح، بردار نرمال صفحه مماس، هادی خط قائم

$\nabla g = (3y^2 + 2z \;,\; 6xy \;,\; e^z + 2x)$ در نقطه $(3,-6,2)$ بردار نرمال صفحه مماس

$\Downarrow$

$(1,-2,1)$ (۳) ✓

ضریب x ← 1 ، ضریب y ← -2 ، ضریب z ← 1

معادله صفحه: $x - 2y + z = 3$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۴۲- مشتق جهتی تابع $f(x,y,z)=x^3+2xy^2+z^2x$ در نقطهٔ $(1,1,1)$ و در راستای $\frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1)=\vec{u}$ کدام است؟

۱) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$
۲) $\frac{11\sqrt{3}}{3}$
۳) $4\sqrt{3}$
۴) $\frac{13\sqrt{3}}{3}$

مشتق جهتی: $D_u f(p)=\vec{\nabla} f(p)\cdot\vec{u}$ که $\vec{u}$ یکه است.

$|u|=1 \Rightarrow$ یکه است.

$\nabla f=(3x^2+2y^2+z^2,\ 4xy,\ 2zx)=(6,4,2)$ ✓

$D_u f=\nabla f\cdot u=\frac{1}{\sqrt{3}}(4+6+2)=\frac{12}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$

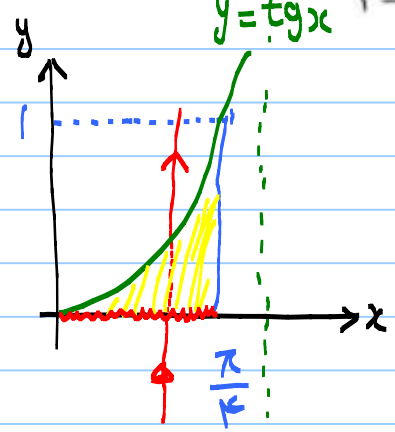
کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۴۳- مقدار انتگرال $\int_0^1 \int_{\tan^{-1}y}^{\frac{\pi}{4}} \sec x \, dx \, dy$ کدام است؟

۱) $\sqrt{2}+1$
۲) $\sqrt{2}-1$
۳) $2+\sqrt{2}$
۴) $2-\sqrt{2}$

محاسبه براساس dx طولانی می‌شود. ⇐ برحسب dy ساده است ⇐ ترتیب انتگرال‌گیری عوض می‌شود.

$x = \tan^{-1} y \Rightarrow y = \tan x$



$$\text{پاسخ} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{\tan x} \sec x \, dy \, dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec x \cdot \tan x \, dx = \sec x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = (2) \checkmark$$

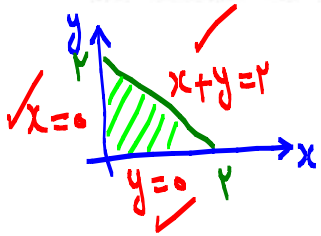
کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۴۴- اگر D مثلث بارئوس (۰,۰)، (۲,۰) و (۰,۲) باشد، مقدار انتگرال $\iint_D e^{\frac{y-x}{y+x}} dx\,dy$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}(e-\frac{1}{e})$
۲) $\frac{1}{2}(e-\frac{1}{e})$
۳) $e-\frac{1}{e}$
۴) $2(e-\frac{1}{e})$

انتگرال دوگانه دکارتی ← تغییر متغیر u و v

dA

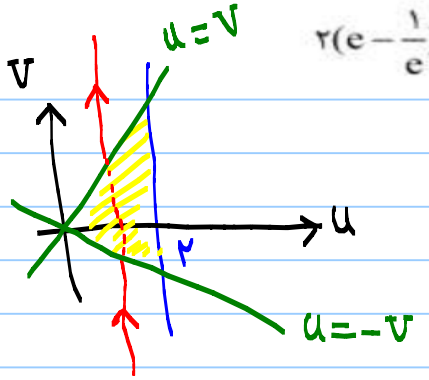


$$\begin{cases} u = x+y \\ v = y-x \end{cases} ;$$

$x+y=2 \Rightarrow u=2$

$x=0 \Rightarrow u=y=v \Rightarrow u=v$

$y=0 \Rightarrow u=x \;,\; v=-x \Rightarrow u=-v$



$$\frac{1}{J} = \frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \Rightarrow |J| = \frac{1}{2}$$

$$\text{پاسخ} = \int_0^2 \int_{-u}^{u} e^{\frac{v}{u}} \cdot \frac{1}{2} dv\,du = \frac{1}{2}\int_0^2 u\,e^{\frac{v}{u}}\Big|_{-u}^{u} du = \frac{1}{2}\int_0^2 (e-e^{-1})u\,du = (۳)$$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۴۵- حجم محصور بین دو رویهٔ $z=3(x^2+y^2)$ و $z=4-x^2-y^2$ کدام است؟

۱) 2π
۲) $\frac{7}{2}\pi$
۳) 3π
۴) $3(\pi-1)$

$z=4-x^2-y^2 \Rightarrow z=4-r^2$
$z=3(x^2+y^2) \Rightarrow z=3r^2$
$z=4-r^2 > z=3r^2$
$r=0$

$z_{max}=4-r^2$
$z_{min}=3r^2$

$$\text{حجم}=\iiint dV \overset{\text{انتگرال‌گیری}}{=} \int_0^{2\pi}\int_0^1 \int_{3r^2}^{4-r^2} r\,dz\,dr\,d\theta = \int_0^{2\pi}\int_0^1 r(4-4r^2)\,dr\,d\theta \overset{\text{محاسبه}}{=} 2\pi$$

تصویر روی xy ناصیه بر xy

تصویر روی xy $\xrightarrow{\text{حذف } z}$ $3r^2=4-r^2 \Rightarrow r=1$

تصویر: داخل دایره $r=1$

۱۴۶- مقدار $\int_{0}^{1}\int_{x^2}^{1} x^3 e^{y^3}\,dy\,dx$ کدام است؟

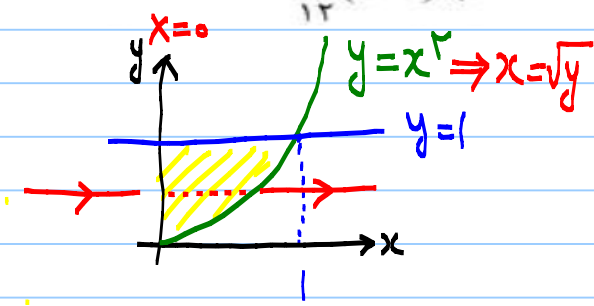
۱) $\frac{1}{2}(e-1)$

۲) $\frac{1}{3}(e-1)$

۳) $\frac{1}{6}(e-1)$

۴) $\frac{1}{12}(e-1)$

نسبت به y می‌توان انتگرال گرفت ⇐ تعریف ترسیب



پاسخ $= \int_{0}^{1}\int_{0}^{\sqrt{y}} x^3 e^{y^3}\,dx\,dy = \int_{0}^{1} \frac{1}{4}y^2 e^{y^3}\,dy = \frac{1}{12}e^{y^3}\Big|_{0}^{1}$

(۴) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۴۷- اگر C دایره‌ای با مرکز (۲,۲) و شعاع ۱ باشد که در جهت مثلثاتی در نظر گرفته شده است در این صورت مقدار $\int_C \frac{-y}{x^2+y^2}dx + \frac{x}{x^2+y^2}dy$ کدام است؟

۱) -2π
۲) ۰
۳) π
۴) 2π

دایره: $(x-2)^2+(y-2)^2=1 \Rightarrow (0-2)^2+(0-2)^2 > 1$

(۰,۰)

انتگرال کار میدان غیر اقیایی $\vec{H}=\nabla\theta$ می‌باشد.

C: هم بسته و هم حول مبدأ می‌باشد

$\Leftarrow$ کار $= \theta_2 - \theta_1 = 0$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی - کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۴۸- مجموع انتگرال‌های زیر با کدام گزینه برابر است؟

$$\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\int_{\sqrt{1-x^2}}^{x} xy\,dy\,dx+\int_{1}^{\sqrt{2}}\int_{0}^{x} xy\,dy\,dx+\int_{\sqrt{2}}^{2}\int_{0}^{\sqrt{4-x^2}} xy\,dy\,dx = \iint_{\text{قطبی}} xy\,dA$$

D_1 D_2 D_3

$r=1$ و $r=2$ مرزها

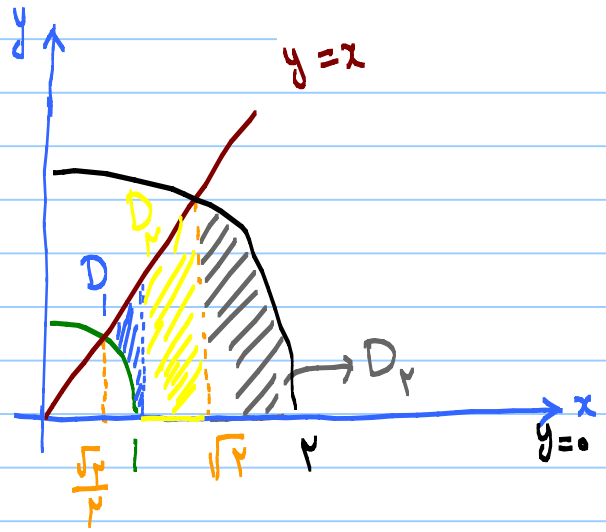
(۱) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\int_{1}^{\sqrt{2}} r^3\sin 2\theta\,dr\,d\theta$

(۲) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\int_{1}^{\sqrt{2}} \frac{r^3}{2}\sin 2\theta\,dr\,d\theta$

(۳) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\int_{1}^{2} r^3\sin 2\theta\,dr\,d\theta$

(۴) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\int_{1}^{2} \frac{r^3}{2}\sin 2\theta\,dr\,d\theta$

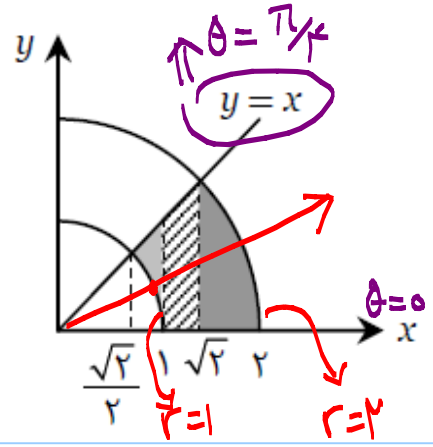
شکل ناحیه را در صفحه xy رسم کنید.



$y=\sqrt{1-x^2} \Rightarrow x^2+y^2=1 \Rightarrow r=1$

$y=x$

$y=\sqrt{4-x^2} \Rightarrow x^2+y^2=4 \Rightarrow r=2$



$$\text{باسخ} = \underset{\text{اصلاح}}{\iint} xy\,dA = \iint r\cos\theta\, r\sin\theta\, r\,dr\,d\theta = \int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\int_{1}^{2} \frac{1}{2} r^3 \sin 2\theta\,dr\,d\theta$$

(۴) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

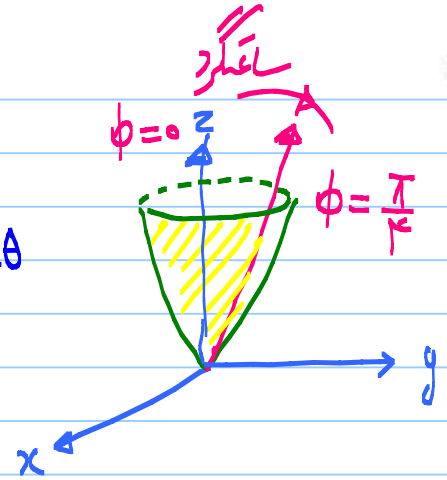
۱۴۹- فرض کنید D ناحیه محصور زیر صفحهٔ $z=4$ و بالای رویهٔ $z=\sqrt{x^2+y^2}$ باشد. اگر در مختصات کروی $\iiint_D \sqrt{x^2+y^2+z^2}\,dx\,dy\,dz = a\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin\phi\,d\phi}{\cos^4\phi}$ باشد، آنگاه a کدام است؟

(۱) $2^7\pi$
(۲) $2^6\pi$
(۳) $\frac{2^7\pi}{3}$
(۴) $3\times 2^6\pi$

کروی ↓ — dV

$z=\sqrt{x^2+y^2} \Rightarrow \rho\cos\phi = \rho\sin\phi \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{4}$ $\quad 0\le\phi\le\pi$

$z=4 \Rightarrow \rho\cos\phi = 4 \Rightarrow \rho = 4\sec\phi$ $\quad , \rho\ge 0$



پاسخ: $= \int_0^{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\int_0^{4\sec\phi} \rho\,\rho^2\sin\phi\,d\rho\,d\phi\,d\theta = \int_0^{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{4^3}{=2^6}\sec^4\phi\sin\phi\,d\phi\,d\theta$

$= \underbrace{2\pi\times 2^7}_{a}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin\phi}{\cos^4\phi}\,d\phi$ ..... (۱) ✓

تابع انتگرال

$t=\cos\phi$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۵۰- فرض کنید R ناحیه محصور بین $z=0$، $z=x^2+y^2$، $x^2+y^2=1$ و $x^2+y^2=4$ باشد، مقدار $\iiint_R (x^2+y^2)\,dx\,dy\,dz$ کدام است؟

۱) 20π
۲) $\frac{62\pi}{3}$
۳) 21π
۴) $\frac{64\pi}{3}$

$x^2+y^2=2^2$ ، $x^2+y^2=1^2$ ، $z=r^2$ ، $z=0$

← ۳ گانه استوانه‌ای

تصویر روی صفحه xy

پاسخ $= \int_0^{2\pi}\int_1^2\int_0^{r^2} r^2 \cdot r\,dz\,dr\,d\theta = \int_0^{2\pi}\int_1^2 r^5\,dr\,d\theta = \cdots\cdots = 21\pi$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۵۱- فرض کنید $\vec{F}(x,y,z)=(2xy^2+3x^2, 2yx^2, 1)$ و C منحنی $r(t)=(t^7, \sin^5(\frac{\pi t}{2}), t)$ که $0 \le t \le 1$ باشد.
مقدار انتگرال تابع F بر منحنی C یعنی $\int_C F.dR$ کدام است؟

۱) ۰
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

F_1 F_2 F_3

آ ـه انتگرال خم نوع دوم (کار)

نقطه ابتدا: $r(0)=(0,0,0)$ نقطه انتها $r(1)=(1,1,1)$ $\Rightarrow$ خم نسبتی باشد

$\nabla \times F = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_1 & F_2 & F_3 \end{vmatrix} = \vec{0}$ و $\mathbb{R}^3$ دامنه $\Rightarrow$ $\vec{F}$ پایستار

تابع پتانسیل $\phi(x,y,z)=\int F_1 dx + \int F_2^* dy + \int F_3^* dz \Rightarrow \phi(x,y,z)=x^2y^2+x^3+z$

$F_2^*=0$ $F_3^*=1$

کار $= \phi(1,1,1)-\phi(0,0,0) = 3-0 = 3$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی - کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۵۲- فرض کنید C منحنی $\dot{r}(t)=(t^3+\sin(\pi t),t^2+\sin(\pi t^2),t+\sin(\pi t^3))$ است که $0\le t\le 1$. مقدار $\int_C 3x^2dx+2yz\,dy+y^2dz$ کدام است؟

$r(0)=(0,0,0)$ و $r(1)=(1,1,1)$

انتگرال کار ←

$F_2=F_2^*$

F_3 ↓ $F_3^*=0$

۱) ۰
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

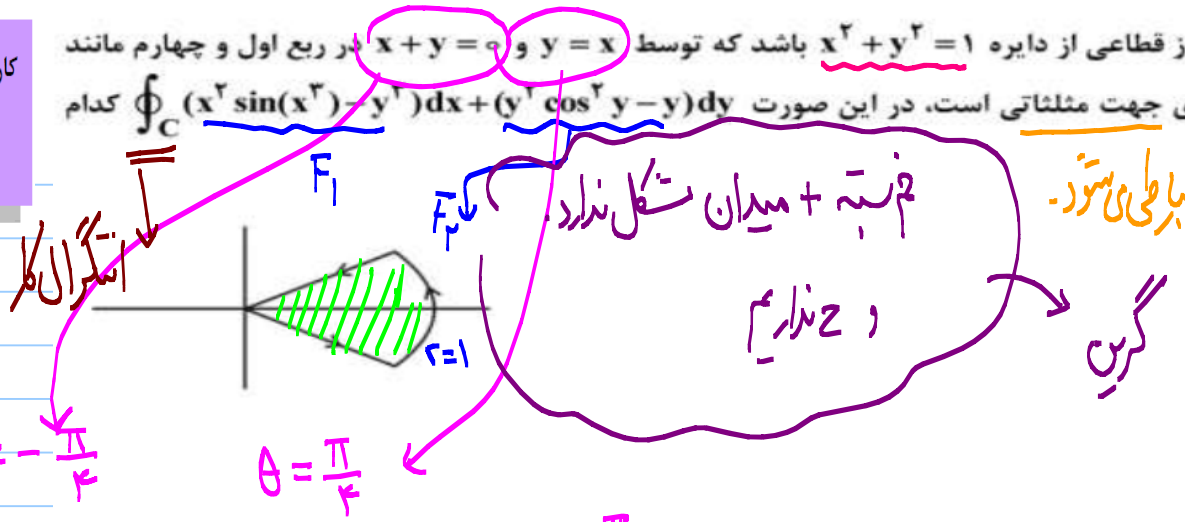
$\nabla\times F=\vec{0}$ دامنه $=\mathbb{R}^3 \Rightarrow$ F پتانسیل

$\phi(x,y,z)=x^3+y^2z \Rightarrow$ کار $=\phi(1,1,1)-\phi(0,0,0)=2-0=2$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

۱۵۳- اگر منحنی بستهٔ C مرز قطاعی از دایره $x^2+y^2=1$ باشد که توسط $y=x$ و $x+y=0$ در ربع اول و چهارم مانند شکل جدا شده و دارای جهت مثلثاتی است، در این صورت $\oint_C (x^2\sin(x^3)-y^2)dx+(y^2\cos^2 y-y)dy$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{4^2}(\pi-2)$
۲) $\frac{3}{4}(\pi-2)$
۳) $\frac{3}{4^2}(\pi-1)$
۴) $\frac{3}{4}(\pi-1)$



$$\text{پاسخ} = \iint_D \left(\frac{\partial F_2}{\partial x}-\frac{\partial F_1}{\partial y}\right)dA = \iint_D 3y^2\,dA = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\int_0^1 3r^2\sin^2\theta\; r\,dr\,d\theta$$

(زوج)

$$= \frac{3}{4}\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\times\frac{1}{2}(1-\cos 2\theta)\,d\theta = \frac{3}{4}\left(\theta-\frac{1}{2}\sin 2\theta\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = (1)\ \checkmark$$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

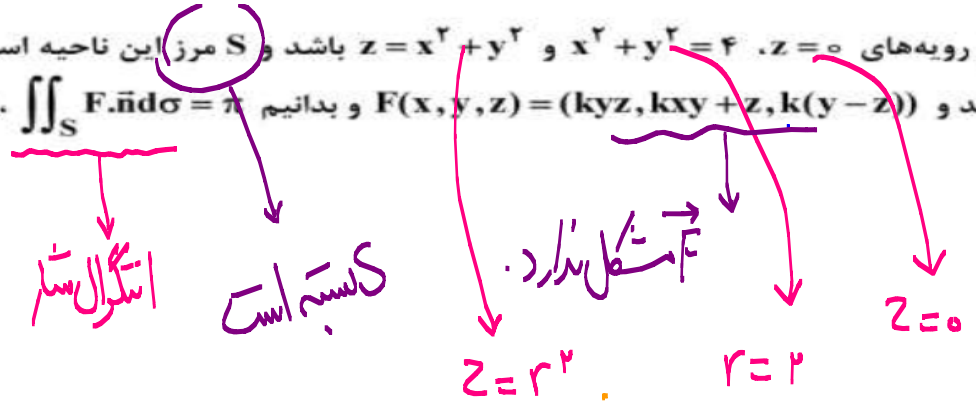
۱۵۴- فرض کنید D ناحیه محصور بین رویه‌های $z=0$، $x^2+y^2=4$ و $z=x^2+y^2$ باشد و S مرز این ناحیه است. اگر $\vec{n}$ بردار یکه برونسو بر S باشد و $F(x,y,z)=(kyz, kxy+z, k(y-z))$ و بدانیم $\iint_S F.\vec{n}d\sigma=\pi$، در این صورت k کدام است؟

۱) $\frac{1}{8}$

۲) $-\frac{1}{8}$

۳) $-\frac{1}{4}$

۴) $\frac{1}{4}$



$$\vec{F}_{S'} = \iint_S F.n\,d\sigma = \iiint_D \operatorname{div}F\,dV = \iiint_D (0+kx-k)\,dV = -k\iiint_D dV$$

$\operatorname{div}F = \frac{\partial F_1}{\partial x}+\frac{\partial F_2}{\partial y}+\frac{\partial F_3}{\partial z}$

صفر

مشتق نسبت به x صفر

معادله D بر حسب x

$$= -k\int_0^{2\pi}\int_0^{2}\int_0^{r^2} r\,dz\,dr\,d\theta = -8\pi k = \pi \Rightarrow k=-\frac{1}{8}$$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تست‌های ریاضی عمومی- کنکور ۹۷
مدرس: مسعود آقاسی www.m-aghasi.ir
@ math_equation

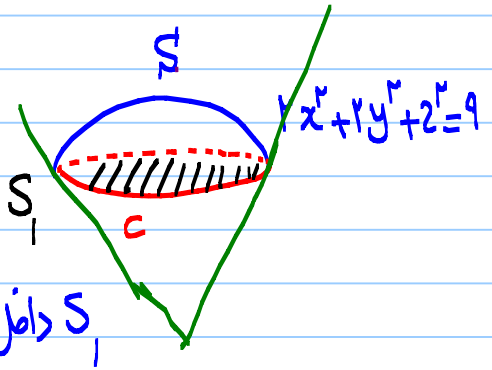
۱۵۵- فرض کنید S بخشی از رویهٔ $x^2+2y^2+z^2=9$ باشد که بالای رویهٔ $2z=\sqrt{x^2+y^2}$ قرار دارد و C مرز این سطح باشد که با جهت مثلثاتی در نظر گرفته شده است هرگاه از بالا به منحنی C نگاه کنیم. مقدار $\oint_C z\,dx+x\,dy+y\,dz$ کدام است؟

(۱) ۰
(۲) π
(۳) 2π
(۴) 4π

C هم‌بسته + میدان شکل ندارد + z دارد ⇐ استوکس

$\oint_C F.dr = \iint_{S_1} curl F.n\,dS$ ⟵ روش تعریف (۳ مرحله‌ای) لازم دارد.

S_1: سطحی که C مرز آن است. ⇒ S_1 داخل‌مم C بگیرید.



تقاطع ⟵ حذف z ⟵ $2(x^2+y^2)+\frac{1}{2}(x^2+y^2)=9 \Rightarrow C:\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ z=1 \end{cases}$ دایره ⇒ S_1 داخل‌مم

یعنی داخل $x^2+y^2=4$ در صفحه $z=1$

موازی صفحه xy ⟵ $z=1$

$$\text{پاسخ} = \iint_{S_1} \text{curl}F \cdot \vec{n}\, dS \qquad \vec{k} \quad dA$$

$$= \iint_{D} 1\, dA = D \text{ مساحت} = 4\pi$$

D: تصویر S_1 روی صفحه xy داخل دایره $x^2+y^2=4$

$$\text{curl}F \cdot \vec{k} = \frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial y} = 1 - 0 = 1$$

(۴) ✓

برنامه دوره های ریاضی عمومی و معادلات آنلاین برای کنکور ۱۴۰۲

برای ثبت نام در کلاسهای آنلاین(ویژه کنکور ۱۴۰۲) می توانید از لینک های زیر استفاده نمایید:

- کلاس درس و تست ۱۵+۱۰۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/da1402
- کلاس نکته و تست ۵۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/te1402
- جمع بندی ریاضی عمومی ۲۵ ساعتی(بر اساس باکس مطالب مشابه) https://b2n.ir/mo1402
- پکیج کلاس درس+نکته+جمع بندی ۱۹۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/pa1402
- ویدیو و جزوه رایگان تدریس ریاضی پایه در ۱۵ ساعت https://b2n.ir/ta1402
- کلاس درس و تست ۵۰ ساعتی معادلات دیفرانسیل https://b2n.ir/eq1402
- ویدیو و جزوه درس و تست فشرده ۱۶+۵۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/fe1402
- وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز اول) برای کنکور ۱۴۰۲ https://b2n.ir/wb1402
- وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز ۲ و ۳) برای کنکور ۱۴۰۲ https://b2n.ir/wbb1402
- کارگاه رایگان حل تست جامع ریاضی (تستهای کنکور ۹۶ تا ۱۴۰۱ رشته های مختلف) https://b2n.ir/ja1402

✓ پکیج ۱۹۰ ساعتی کاملترین دوره ریاضی عمومی است و تخفیف بالاتری نسبت به سایر دوه ها خواهد داشت.

✓ دوستانی که از دوره رایگان ریاضی پایه استفاده کرده اند، در صورت تمایل برای ثبت نام در هر یک از دوره های *(درس، نکته، جمع بندی، پکیج)* از کد تخفیف **PAYE10** استفاده نمایند تا از ۱۰٪ تخفیف اضافه تر بهره مند گردند.

توجه : در صورت بروز مشکل در استفاده از لینک های بالا، برای دریافت لینک فعال یا ثبت نام به صفحه اول سایت https://negareh.ac.ir/aghasi یا www.m-aghasi.ir یا https://b2n.ir/class1402 یا کانال تلگرام @math_equation مراجعه یا از طریق ایمیل زیر پیگیری نمایید:

ایمیل برای مشاوره یا رفع اشکال : masoudaghasi1395@gmail.com