کارگاه آنلاین و رایگان حل تست جامع ریاضی عمومی

مدرس: مسعود آقاسی

@math_equation

www.m-aghasi.ir

masoudaghasi1395@gmail.com

برنامه دوره های ریاضی عمومی و معادلات آنلاین برای کنکور ۱۴۰۲

برای ثبت نام در کلاسهای آنلاین(ویژه کنکور ۱۴۰۲) می توانید از لینک های زیر استفاده نمایید:

- کلاس درس و تست ۱۵+۱۰۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/da1402
- کلاس نکته و تست ۵۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/te1402
- جمع بندی ریاضی عمومی ۲۵ ساعتی(بر اساس باکس مطالب مشابه) https://b2n.ir/mo1402
- پکیج کلاس درس+نکته+جمع بندی ۱۹۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/pa1402
- ویدیو و جزوه رایگان تدریس ریاضی پایه در ۱۵ ساعت https://b2n.ir/ta1402
- کلاس درس و تست ۵۰ ساعتی معادلات دیفرانسیل https://b2n.ir/eq1402
- ویدیو و جزوه درس و تست فشرده ۱۶+۵۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/fe1402
- وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز اول) برای کنکور ۱۴۰۲ https://b2n.ir/wb1402
- وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز ۲ و ۳) برای کنکور ۱۴۰۲ https://b2n.ir/wbb1402
- کارگاه رایگان حل تست جامع ریاضی (تستهای کنکور ۹۶ تا ۱۴۰۱ رشته های مختلف) https://b2n.ir/ja1402

✓ پکیج ۱۹۰ ساعتی کاملترین دوره ریاضی عمومی است و تخفیف بالاتری نسبت به سایر دوه ها خواهد داشت.

✓ دوستانی که از دوره رایگان ریاضی پایه استفاده کرده اند، در صورت تمایل برای ثبت نام در هر یک از دوره های *(درس، نکته، جمع بندی، پکیج)* از کد تخفیف **PAYE10** استفاده نمایند تا از ۱۰٪ تخفیف اضافه تر بهره مند گردند.

توجه : در صورت بروز مشکل در استفاده از لینک های بالا، برای دریافت لینک فعال یا ثبت نام به صفحه اول سایت https://negareh.ac.ir/aghasi یا www.m-aghasi.ir یا https://b2n.ir/class1402 یا کانال تلگرام @math_equation مراجعه یا از طریق ایمیل زیر پیگیری نمایید:

ایمیل برای مشاوره یا رفع اشکال : masoudaghasi1395@gmail.com

بررسی تستهای کنکور ۹۸ مدیریت کسب و کار(MBA)

برای دریافت ویدیو یا جزوات کارگاه های رایگان حل تستهای جامع ریاضی عمومی
که درسالهای اخیر برگزار شده است از لینک https://b2n.ir/ja1402
استفاده نمایید. (هر سال ویدیوهای جدیدی به لیست زیر اضافه خواهند شد.

- ویدیو و جزوه حل تستهای مدیریت کسب و کار MBA ۱۳۹۶ تا ۱۴۰۰
- ویدیو و جزوه حل تستهای عمران و مکانیک ۹۸
- جزوه حل تستهای صنایع، عمران، نساجی، نقشه برداری ۹۷
- جزوه حل تستهای مکانیک و کامپیوتر ۹۷

۱۲۶- فرض کنید z ریشه‌ای از معادله $z+z^3+z^5=1+z^2+z^4+z^6$ باشد، مقدار z کدام است؟

۱) $\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}$

۲) $\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}$

۳) $\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}$

۴) $\cos\frac{\pi}{7}+i\sin\frac{\pi}{7}$ ✓

۳۰ : ۱ ≤ t ; متوسط

زمان لازم برای حل تست که دست بالا در نظر گرفته شده است.

معادله $z^6-z^5+z^4-z^3+z^2-z+1=0 \Rightarrow a=1\ ,\ q=-z\ ,\ n=7$ ✓

نکته : $a+aq+\cdots+aq^{n-1}=\frac{a(q^n-1)}{q-1}\ ;\ q\neq 1$

تعداد = n

معادله : $\frac{(-z)^7-1}{-z-1}=\frac{z^7+1}{z+1}=0 \xrightarrow{z\neq -1} z^7=-1 \Rightarrow z=\sqrt[7]{-1}$

$z=\sqrt[7]{-1}=\sqrt[7]{1e^{i\pi}}=r^{\frac{1}{n}}\,e^{\frac{\theta+2k\pi}{n}i}\ ;\ k=0,1,\cdots,n-1$

$\Rightarrow z=\sqrt[7]{-1}=e^{\frac{\pi+2k\pi}{7}i}=\cos\frac{(2k+1)\pi}{7}+i\sin\frac{(2k+1)\pi}{7}$

$k=0,1,2,3,4,5,6$ ~~✗~~

$k=0 \Rightarrow$ (۴) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۲۷- مکان هندسی تمام z هایی از صفحهٔ مختلط که $\mathrm{Re}(z+\frac{1}{z}) = \mathrm{Im}(z-\frac{1}{z})$، کدام است؟

۱) یک دایره به مرکز مبدأ مختصات
۲) یک دایره به استثنای یک نقطه روی آن
۳) یک خط به استثنای نقطه‌ای روی آن خط
۴) یک خط گذرنده از مبدأ مختصات

$t \le 1:30''$; متوسط

$z = x+iy \leftrightarrow (x,y)$ نقطه $\quad z \neq 0 \Rightarrow (x,y) \neq (0,0)$ ✓

$$z+\frac{1}{z} \underset{\neq 0}{=} x+iy+\frac{1}{x+iy} = x+iy+\frac{x-iy}{x^2+y^2}$$

$$z-\frac{1}{z} \underset{\neq 0}{=} x+iy-\frac{1}{x+iy} = x+iy-\frac{x-iy}{x^2+y^2}$$

$$\Rightarrow x+\frac{x}{x^2+y^2} = y+\frac{y}{x^2+y^2}$$

$$\Downarrow$$

$$x\left(1+\frac{1}{x^2+y^2}\right) = y\left(1+\frac{1}{x^2+y^2}\right)$$

$$\Rightarrow x = y$$

یک خط از مبدأ مختصات می‌گذرد

(۳) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

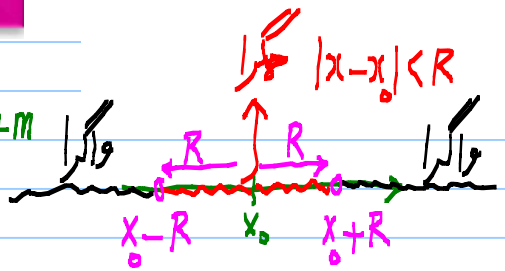
۱۲۸- بازه همگرایی $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^{۱۳۹۷}}{۲^n}(x-۳)^{\boxed{n}}$ کدام است؟ ($\boxed{n} \to kn+m$)

a_n

(۱) $(۱,۵)$
(۲) $[۱,۵)$
(۳) $(\frac{۱}{۲},۴]$
(۴) $[\frac{۱}{۲},۴]$

متوسط ؛ $t \le ۱:۳۰''$

سری توانی تعمیم یافته : $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-x_0)^{kn+m}$



وضع بررسی لازم دارد. $x = x_0 \pm R$

شعاع همگرایی $R \in [۰, +\infty]$ ؛ $\lim \sqrt[n]{|a_n|} = \frac{۱}{R^k} = \lim \left|\frac{a_{n+۱}}{a_n}\right|$

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt[n]{n^{۱۳۹۷}}}{\sqrt[n]{۲^n}} = \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{R} \Rightarrow R=۲ \Rightarrow |x-۳|<۲ \Rightarrow ۱<x<۵$$

($\sqrt[n]{n^{۱۳۹۷}} \to$ یک)

بررسی ابتدا و انتها

$x=۵$ → بررسی → $\sum n^{۱۳۹۷}$ جمله عمومی $\to +\infty$ است → شرط لازم برقرار ندارد → واگرا

$x=۱$ → بررسی → $\sum (-۱)^n n^{۱۳۹۷}$ جمله عمومی $\to \pm\infty \neq ۰$ است → شرط لازم برقرار ندارد → واگرا

بازه همگرایی $= (۱,۵)$ (۱) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۲۹- فرض کنید R_1 و R_2 به‌ترتیب، شعاع همگرایی دو سری توانی $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{n^n}{2^n}(5x-3)^n$ و $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{n!}{2^n}(5x-3)^n$ باشند. در این صورت کدام مورد صحیح است؟

۱) $R_1+R_2=1$
۲) $R_1=R_2$
۳) $R_1>R_2$
۴) $R_2>R_1$

$\sum \frac{5^n n^n}{2^n}(x-\frac{3}{5})^n$; $\sum \frac{5^n n!}{2^n}(x-\frac{3}{5})^n \Rightarrow R_1$; R_2

t ۱ک ; متوسط

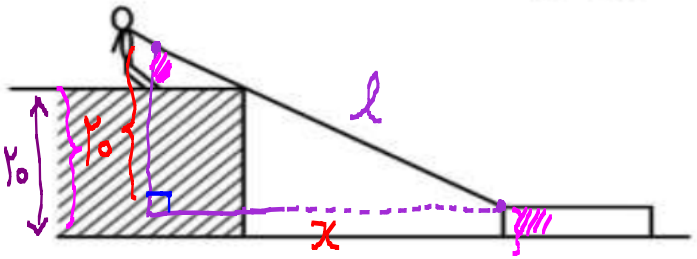
$\frac{1}{R_1}=\lim_{n\to+\infty}\sqrt[n]{|a_n|}=\lim \frac{5\sqrt[n]{n!}}{2}=\frac{n}{e}=+\infty \Rightarrow R_1=0$

نکته: $\sqrt[n]{(kn)!}\sim\left(\frac{kn}{e}\right)^k$; $k=1,2,\dots$

(۲)✓

$\frac{1}{R_2}=\lim\sqrt[n]{|a_n|}=\lim\frac{5n}{2}=+\infty \Rightarrow R_2=0$

۱۳۰- شخصی بالای یک دیواره در ارتفاع ۲۰ متری سطح آب ایستاده است و طنابی را مانند شکل با سرعت $4\frac{m}{s}$ می‌کشد و این طناب به قایقی درون آب متصل است. هنگامی‌که هنوز ۲۵ متر از طناب بین شخص و قایق باقی‌مانده است، سرعت نزدیک شدن قایق به پای دیوار چند متر بر ثانیه است؟



t ۱ک ; ساده

۱) $\frac{20}{3}$
۲) $\frac{20}{7}$
۳) $\frac{16}{7}$
۴) $\frac{16}{5}$

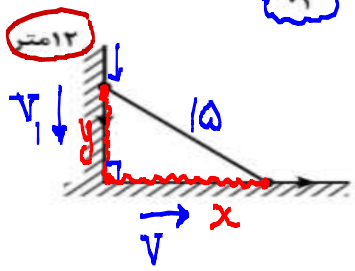
الگو: کمیت وابسته ← شکل رسم کنید، مدل‌سازی کنید (رابطه بین کمیت‌های موجود (رسماً لازم نیست)، مشتق نسبت به زمان بگیرید.

$\frac{dl}{dt}=-4$ (نزدیک شدن) , $l=25 \Rightarrow \frac{dx}{dt}=?$ رابطه x و l $\Rightarrow x^2+20^2=l^2$ (*) $l=25 \Rightarrow x=15$

$\frac{d}{dt} \Rightarrow 2xx'+0=2ll'$ عددگذاری $\Rightarrow 15x'=250(-4) \Rightarrow x'=-\frac{20}{3}$ (۱)✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
@math_equation مسعود آقاسی
www.m-aghasi.ir

۱۳۱- نردبانی به طول ۱۵ متر را به دیواری تکیه داده‌ایم به نحوی که طرف دیگر نردبان روی زمین قرار دارد. حال اگر سمتی از نردبان که روی زمین قرار دارد را با سرعت v از دیوار دور کنیم طرف دیگر نردبان با سرعت v_1 به سمت زمین حرکت می‌کند، در این صورت زمانی‌که فاصله پای نردبان تا دیوار ۱۲ متر است $\left|\frac{v}{v_1}\right|$ کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

$t \le 1$; ساده

کینماتیک : $\frac{dx}{dt} = v$; $\frac{dy}{dt} = -v_1$, $x=12 \Rightarrow ?$

$x^2+y^2=15^2$ (*) $\xrightarrow{\frac{d}{dt}}$ $2x x'+2y y'=0$

$x=12 \Downarrow$ $y=9$

جایگذاری $\Rightarrow 12v+9(-v_1)=0 \Rightarrow \left|\frac{v}{v_1}\right| = \frac{9}{12} = \frac{۳}{۴}$ (۳) ✓

۱۳۲- فرض کنید $A = \int_0^1 e^{x^2} dx$، در این صورت مقدار $\int_0^1 (e^{x^2+1} - A)dx$ کدام است؟

$e^{x^2+1} = e^{x^2} \cdot e^1$

۱) ۰
۲) e
۳) $(e-1)A$
۴) eA

$t \le 30''$; صفلی ساده

انتگرال $= e\int_0^1 e^{x^2} dx - \int_0^1 A\,dx = e \cdot A - A = (e-1)A$

(A عدد)

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۳۳- منحنی $y=\sin x$ را بر $[0,\frac{\pi}{2}]$ حول محور xها دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل کدام است؟

$y=\beta=0$

ناحیه محدود به $y=\sin x$ با محور xها

۱) $\frac{\pi^2-1}{4}$
۲) $\frac{\pi^2}{4}$
۳) $\frac{\pi^2-\pi}{4}$
۴) $\frac{\pi(\pi-1)}{4}$

متوسط ؛ $t\le 1:3''$

حجم (روش دیسک) $=\pi\int_{\text{بازه مناسب}}(R_2^2-R_1^2)\,dx$ ؛ شعاع دوران $R_{1,2}=|y-\beta|$

$\pi\int f^2(x)\,dx=?$

شعاع $R=|y|$ $\begin{cases}\to |\sin x|=R_2\\ \to 0=R_1\end{cases}$ $\Rightarrow$ حجم دیسک $=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\,dx=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{2}(1-\cos 2x)dx=\frac{\pi}{2}\left(x-\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi^2}{4}$ (۲) ✓

۱۳۴- فرض کنید $x^y=y^x$، در این‌صورت $\frac{dy}{dx}$ کدام است؟ (صنایع ۷۳)

y' : y تابع ، x مستقل

رابطه ضمنی

۱) $\frac{y(x\ln x-y)}{x(y\ln y-x)}$
۲) $\frac{y(y\ln y-y)}{x(x\ln x-x)}$
۳) $\frac{y(x\ln y-y)}{x(y\ln x-x)}$
۴) $\frac{y(y\ln y-x)}{x(x\ln x-y)}$

متوسط ؛ $t\le 1$

$x^y=y^x$ $\xrightarrow{\text{لگاریتم}}$ $y\ln x=x\ln y$ ضمنی $\Rightarrow F=y\ln x-x\ln y=0$

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}=-\frac{\frac{y}{x}-\ln y}{\ln x-\frac{x}{y}}=-\frac{\frac{1}{x}(y-x\ln y)}{\frac{1}{y}(y\ln x-x)}=\frac{y(x\ln y-y)}{x(y\ln x-x)}$$

(۳) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۳۵- کدام گزینه در مورد سری‌های $\sum_{n=1}^{+\infty} n(\cos\frac{1}{n}-1)$ و $\sum_{n=1}^{+\infty} n(\cos\frac{1}{n^2}-1)$، به‌ترتیب، صحیح است؟

۱) واگرا ـ همگرا
۲) همگرا ـ همگرا
۳) همگرا ـ واگرا
۴) واگرا ـ واگرا

$S_1=\sum n(\cos\frac{1}{n}-1)$, $S_2=\sum n(\cos\frac{1}{n^2}-1)$

a_n , b_n

$|t|\le 1$; متوسط

بررسی S_1: $a_n = n(\cos\frac{1}{n}-1) \sim n\cdot\frac{1}{2}(\frac{1}{n})^2 = \frac{1}{2n}$ ($n\to+\infty$, $t\to 0$)

$1-\cos t \sim \frac{1}{2}t^2$ ($t\to 0$)

$\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x^p}$ و $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$ هم‌نهایت

$p>1 \Leftrightarrow$ همگراست

چون $p=1\not>1$ واگراست. (۱)✓

بررسی S_2: $b_n = n(\cos\frac{1}{n^2}-1) \sim n\cdot\frac{1}{2}(\frac{1}{n^2})^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{n^3}$ $\xrightarrow{p=3>1}$ همگرا

۱۳۶- انتگرال‌های $I=\int_0^1 \frac{dx}{x^3e^{x^3}}$ و $J=\int_1^{+\infty}\frac{(1+x)dx}{x^2+\ln x}$ به‌ترتیب ..... و ..... هستند.

۱) واگرا ـ همگرا
۲) همگرا ـ همگرا
۳) همگرا ـ واگرا
۴) واگرا ـ واگرا

$|t|\le 1$; ساده

رشد x^2 بیشتر است.

بررسی J: ناسرگی $+\infty$ $\xrightarrow{x\to+\infty}$ تابع $\sim \frac{x}{x^2}=\frac{1}{x^1}$ $\xrightarrow{p=1\not>1}$ J واگراست.

بررسی I: ناسرگی $x=0$ مجانب قائم، ناسرگی $x=0$ $\xrightarrow{}$ $\frac{1}{x^3e^x} \sim \frac{1}{x^3\cdot 1}$ $\xrightarrow{p=3\not<1}$ I واگرا

$\lim_{x\to 0} e^x = 1$

(۴)✓

$\int_a^b \frac{dx}{(x-x_0)^p}$ همگرا $\Leftrightarrow p<1$, $a\le x_0\le b$. نکته ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۳۷- فرض کنیم $f(x)=\frac{۱}{۲x+۳}$، مقدار $f^{(۱۳)}(-\frac{۱}{۲})$ کدام است؟ (منظور از $f^{(۱۳)}(x_۰)$ مشتق ۱۳ ام $f(x)$ در نقطه $x_۰$ است.)

۱) $\frac{۱۳!}{۲}$

۲) $-\frac{۱۳!}{۲}$

۳) $۱۳!$

۴) $-۱۳!$

ساره : $t\le ۱:۳۰$

$f(x)=\frac{\frac{۱}{۲}}{x+\frac{۳}{۲}} \Rightarrow f'(x)=\frac{-\frac{۱}{۲}\times ۱!}{(x+\frac{۳}{۲})^{۲}}$ ، $f''(x)=\frac{+\frac{۱}{۲}\times ۲!}{(x+\frac{۳}{۲})^{۳}}$

$f^{(n)}(x)=\frac{\frac{۱}{۲}\times(-۱)^n n!}{(x+\frac{۳}{۲})^{n+۱}} \Rightarrow f^{(۱۳)}(-\frac{۱}{۲})=\frac{\frac{۱}{۲}(-۱)(۱۳!)}{۱}$ (۲)✓

$f(x)=\frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{(n)}(x)=\frac{(-c)^{n-۱} n!(ad-bc)}{(cx+d)^{n+۱}}$

۱۳۸- اگر y تابعی برحسب x باشد که در رابطهٔ $x^{۲x}-۲x^{x}\operatorname{cotg} y-۱=۰$ صدق کند، $y'(۱)$ کدام است؟

۱) $\log ۲$

۲) $-\log ۲$

۳) -۱

۴) ۱

$F=x^{۲x}-۲x^{x}\operatorname{cotg} y-۱$ ، $u=x^x$ ، $u^۲$ ، مخلوط ⇐ ضمنی

{متوسط ; $t\le ۱:۳۰$''}

$y'=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}=-\frac{۲uu'-۲u'\cot y}{۲x^{x}(۱+\cot^{۲} y)} \overset{x=۱}{=} -\frac{۲(۱)(۱)-۲(۱)(۰)}{۲(۱)(۱+۰)}=-۱$ (۳)✓

$x=۱$ در صورت سؤال $\Rightarrow ۱-۲\cot y-۱=۰ \Rightarrow \cot y=۰$

$u=x^x \Rightarrow \ln u=x\ln x$

مشتق $\Rightarrow \frac{u'}{u}=\ln x+۱$

$\Rightarrow u'=x^{x}(۱+\ln x) \overset{x=۱}{=} ۱$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۳۹- فرض کنید سری $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n(x-3)^n$ دارای بازه همگرایی $[0,6]$ باشد و $\lim_{n\to+\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|$ موجود باشد. در این صورت بازه همگرایی سری $\sum_{n=1}^{+\infty} 3^n a_n (x-1)^n$ کدام است؟

۱) $[-1,3]$
۲) $(-1,3)$
۳) $(0,2)$
۴) $[0,2]$

$R_1 \Rightarrow$ مرکز $=3$

$t\le 2$: متوسط

$x=6$ و در $x=0$ همگرا

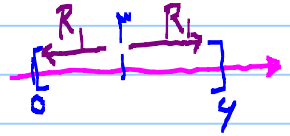
$\sum 3^n a_n$ همگرا

$\sum (-3)^n a_n$ همگرا

$R_2 =$ شعاع

$$\frac{1}{R_2}=\lim_{n\to+\infty}\left|\frac{b_{n+1}}{b_n}\right|=\lim_{n\to+\infty}\left|\frac{3^{n+1}a_{n+1}}{3^n a_n}\right|=3\lim_{n\to+\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|=3\times\frac{1}{3}=1 \Rightarrow R_2=1 \checkmark$$

$$\frac{1}{R_1}=\lim_{n\to+\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|,\ R_1=3$$



$$|x-1|<1$$

$$0<x<2 \quad (3)\checkmark \quad (4)\checkmark$$

$x=2$ بررسی $\Rightarrow \sum 3^n a_n =$ همگرا و $x=0$ بررسی $\Rightarrow \sum (-3)^n a_n =$ همگرا $\quad (4)\checkmark$

۱۴۰- مقدار $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)^2}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{8}(\pi+1)$
۲) $\frac{1}{8}(\pi+2)$
۳) $\frac{1}{8}(\pi+3)$
۴) $\frac{1}{8}\pi$

$t\le 1 : 3''$; متوسط

$\sqrt{a^2+x^2} \Rightarrow x=a\tan t,\ -\frac{\pi}{2}<t<\frac{\pi}{2}$

پاسخ: $\overset{x=\tan t}{=\!=}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sec^2 t}{(\sec^2 t)^2}\,dt=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^2 t\,dt=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}(1+\cos 2t)\,dt \quad (2)\checkmark$

$$=\frac{1}{2}\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\right)$$

۱۴۱- فرض کنید $\sin z = x^2 - 2xy + xy^2$. معادله صفحه مماس بر این رویه در نقطه $(1,0,\frac{\pi}{2})$ کدام است؟

۱) $x - y = 1$
۲) $x + y = 1$
۳) $z - y = \frac{\pi}{2}$
۴) $z + y = \frac{\pi}{2}$

$g=0 \Rightarrow \vec{\nabla g}(p)$: بردار نرمال صفحه مماس

۱ خط و ساده

$g = x^2 - 2xy + xy^2 - \sin z = 0$

$\nabla g = (2x - 2y + y^2, -2x + 2xy, -\cos z) \overset{(1,0,\frac{\pi}{2})}{=} (2, -2, 0)$ نرمال صفحه مماس $\Rightarrow$ (۱) ✓

صفحه مماس $2x - 2y = ?2$ $\Rightarrow$ (۱) ✓

۱۴۲- اگر $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y^3}{x^2+y^2} = A$ و $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2} = B$ ، کدام گزینه در مورد A و B صحیح است؟

۱) A وجود ندارد و $B = 1$
۲) $A = 0$ و B وجود ندارد
۳) $A = 1$ و $B = 0$
۴) $A = 0$ و $B = 1$ ✓

۳۰ خط و ساده

$(x^2+y^2)^\alpha$

$B = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^2}{x^2+y^2} = 1$ و $A \begin{cases} \text{درجه صورت} = 5 \\ \text{درجه مخرج} = 2 \end{cases} \Rightarrow 5 > 2 \Rightarrow A = 0$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۴۳- فرض کنید $f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2y}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ ، مقدار مشتق جهتی $f(0,0)$ در $D_{(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})}$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{4}$
۲) $\frac{3}{8}$
۳) ۰
۴) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

$t\geq 0$ و ساده

روش اول: $\vec{u}=(u_1,u_2)$ یکه تعریف $D_u f(x_0,y_0)=\lim_{t\to 0}\frac{f(x_0+tu_1,y_0+tu_2)-f(x_0,y_0)}{t}$

$\vec{u}=(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})\Rightarrow |u|=1\Rightarrow$ یکه

$D_u f(0,0)=\lim\frac{f(\frac{\sqrt{3}}{2}t,\frac{t}{2})-f(0,0)}{t}=\lim\frac{\frac{\frac{3}{4}t^2\cdot\frac{t}{2}}{t^2}}{t}=\frac{3}{8}$

روش دوم: یکنه. اگر تابع $f(x,y)$ همگن از درجه $\alpha=1$ ، آنگاه $f(0,0)$:

$|u|=1$; $D_u f(0,0)=f(\vec{u})=f(u_1,u_2)$

f همگن درجه $\alpha=1$ ، $\vec{u}=(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})$; در این تست

$D_u f(0,0)=f(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})=\frac{\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}}{1}=\frac{3}{8}$ (۲)✓

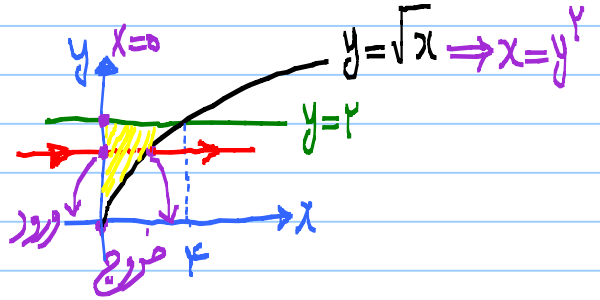
کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۴۴- اگر $I=\int_{0}^{4}\int_{\sqrt{x}}^{2}\sin y^{3}\,dy\,dx$، مقدار I کدام است؟

۱) $\frac{\cos 4}{2}$
۲) $\frac{\cos 8}{3}$
۳) $\frac{1-\cos 8}{3}$
۴) $\frac{1-\cos 4}{2}$

$t\le 1:30$; ساده

انتگرال با dy قابل محاسبه نمی‌باشد.
امّا با dx قابل محاسبه است.
⇐ تعویض ترتیب انتگرال‌گیری



$$I=\int_{0}^{2}\int_{0}^{y^{2}}\sin y^{3}\,dx\,dy$$

$$=\int_{0}^{2}y^{2}\sin y^{3}\,dy=\frac{-1}{3}\cos y^{3}\Big|_{0}^{2}=(3)\ \checkmark$$

t ← مشتقی

۱۴۵- مقدار $I=\oint_{C}(5y+\cos\sqrt{x})dx+(8x+e^{y^{2}})dy$، که در آن C مرز دایره $x^{2}+y^{2}=2$ با جهت مثبت می‌باشد، کدام است؟

F_1 F_2

۱) 6π
۲) 10π
۳) $2(\sqrt{3})\pi$
۴) $3(\sqrt{2})\pi$

$t\le 1$; ساده

$R=\sqrt{2}$

C خم ⇐ انتگرال کار

خم بسته + میدان شکل ندارد + z نداریم ⇐ قضیه گرین

قضیه گرین: $\oint_{C}F_1dx+F_2dy=\iint_{D}\left(\frac{\partial F_2}{\partial x}-\frac{\partial F_1}{\partial y}\right)dA$ C خم، D: داخل

پاسخ $=\iint_{D}\left(\frac{\partial F_2}{\partial x}-\frac{\partial F_1}{\partial y}\right)dA=\iint_{D}(8-5)\,dA=3\times$ D مساحت $=3(2\pi)=\boxed{6\pi}$ (۱) ✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۴۶- اگر $F(x,y,z)=0$ و F_x و F_y و F_z همگی موجود و پیوسته و ناصفر باشند، مقدار $\frac{\partial z}{\partial x}.\frac{\partial x}{\partial y}.\frac{\partial y}{\partial z}$ کدام است؟ (ریاضی ۷۹)

۱) ۱+
۲) ۱−
۳) ۰
۴) ممکن است موجود نباشد.

ضمنی

متوسط ؛ t≤۱

ضمنی $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial z}}$; $\frac{\partial x}{\partial y}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial x}}$, $\frac{\partial y}{\partial z}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial z}}{\frac{\partial F}{\partial y}}$

حاصلضرب = −۱ (۲)✓

۱۴۷- فرض کنید C مرز دایرهٔ $(x-1)^2+(y+2)^2=10$ باشد که در جهت مثلثاتی در نظر گرفته شده است. اگر $\int_C (ke^x y+e^x x)dx+(e^x+ke^y y)dy=0$، مقدار k برابر با کدام مورد است؟

F_1 F_2

۱) −۱
۲) ۰
۳) ۱
۴) ۲

t≤۱ ؛ ساده

مغرب

گرین ⇐ انتگرال کار

پاسخ = $\iint_D(\frac{\partial F_2}{\partial x}-\frac{\partial F_1}{\partial y})dA=\iint_D(e^x-ke^x)dA=0 \Rightarrow k=1$ (۳)✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۴۸- فرض کنید $F(x,y,z)=(yz,xz,xy)$ و C مرز مربع با رئوس $(0,0,0)$، $(2,0,0)$، $(0,2,0)$ و $(2,2,0)$ است که در جهت مثلثاتی در نظر گرفته شده است. انتگرال میدان‌برداری F بر منحنی C کدام است؟

۱) ۰
۲) ۱
۳) $\frac{8}{3}$
۴) ۴

$t\le 1$ و ساده

انتگرال کار

خم بسته است

انتگرال کار $=\int_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$

$curl F=\nabla\times F=\begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ yz & xz & xy \end{vmatrix}=(0,0,0)=\vec{0}$ F غیر خوشتعریف

F پایستار است $\Rightarrow$ دامنه $=\mathbb{R}^3$

چون $\vec{F}$ پایستار و C خم بسته است $\Leftarrow$ کار صفر می‌شود.

۱۴۹- خم $\gamma(t)=(2\cos t,2\sin t,2\cos 2t)$ را برای $t\in[-\pi,\pi]$ در نظر بگیرید. انحنای خم در نقطهٔ $(2,0,2)$ کدام است؟

۱) $\sqrt{17}$
۲) $\frac{\sqrt{17}}{4}$
۳) $2\sqrt{17}$
۴) $\frac{\sqrt{17}}{2}$

انحنا در $t=0$

خم پارامتری

$t\le 2$ و ساده

درسنامه: $k(t)=\frac{|v\times a|}{|v|^3}$

$v=r'(t)=(-2\sin t,2\cos t,-4\sin 2t)=(0,2,0)$

$a=v'(t)=(-2\cos t,-2\sin t,-8\cos 2t)=(-2,0,-8)$

$\Rightarrow v\times a=(-16,0,4)=4(-4,0,1)$

$k=\frac{4\sqrt{17}}{8}=(4)\checkmark$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۵۰- اگر S کره واحد باشد و $\iint_S (2xz + ky^2)\,d\sigma = 4\pi$ در این صورت مقدار k کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

انتگرال سطح نوع اول ← میدان اسکالر

متوسط ; $t \le 1:30$

سطح $x^2+y^2+z^2=1$

در سنامه : $S: x^2+y^2+z^2=a^2$ کره کامل $a>0$ $F=(F_1,F_2,F_3)$ میدان برداری $\vec{F}$

$\vec{n} = \frac{1}{a}(x,y,z) = (\frac{x}{a}, \frac{y}{a}, \frac{z}{a})$; $\vec{F}\cdot n =$ اسکالر $= f \Rightarrow \iint_S f\,dS = \oint\!\!\oint_S \vec{F}\cdot n\,dS = \iiint_W \operatorname{div} F\,dV$

S داخل W = برونسو = مانند

$a=1$ کره $\Rightarrow n=(x,y,z)$, $F=(2z, ky, 0) \Rightarrow \vec{F}\cdot\vec{n} = 2xz+ky^2$ (۳) ✓

انتگرال $= \iint F\cdot n\,dS = \iiint \operatorname{div} F\,dV = \iiint_W (0+k+0)\,dV = k\cdot$ حجم کره $= \frac{4k\pi}{3} = 4\pi \Rightarrow k=3$

متوسط ; $t \le 2$

۱۵۱- مقدار انتگرال تابع $f(x,y,z) = xyz$ بر منحنی $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ z=3 \\ x,y\ge 0 \end{cases}$ کدام است؟

دایره — ربع اول — اسکالر

۱) ۰
۲) ۶
۳) ۹
۴) ۱۲

انتگرال روی خم نوع اول ⇐ خم یک متغیره کنید (پارامتری کنید) و جایگذاری کنید.

$x=2\cos t$, $y=2\sin t$, $z=3 \Rightarrow R(t)=(2\cos t, 2\sin t, 3)$; $0\le t\le \frac{\pi}{2} \Rightarrow R' = (-2\sin t, 2\cos t, 0) \Rightarrow ds = |R'|\,dt$

انتگرال روی خم $=\int f\,ds$; $ds=|R'|\,dt \Rightarrow$ پاسخ $=\int_C xyz\,ds = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\cos t \cdot 2\sin t \cdot 3(2\,dt) = 12\sin^2 t \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 12$ (۴) ✓

ابعاد طول قوس — متغیر

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۵۲- اگر $\vec{F}=(xy^2,x^2y,(x^2+y^2)z)$ و S سطح استوانهٔ توپر $x^2+y^2\le 1$ و $0\le z\le 1$ باشد و $\vec{N}$ قائم یکه رو به خارج استوانه باشد مقدار $\iint_S F.N\,d\sigma$ کدام است؟

۱) ۰
۲) π
۳) 2π
۴) 4π

سطح محدود بسته ⇐ سطح بسته

میدان $\vec{F}$ مستقل ندارد.

انتگرال میدان برداری سطح (شار)

xy : تصویر سر صفحه ۲ ≤ ۱

$$\text{انتگرال (شار)} = +\iiint_W \operatorname{div}F\,dV = \iiint_W (y^2+x^2+x^2+y^2)\,dV = \iiint_W 2(x^2+y^2)\,dV$$

$t\le 2$; متوسط

$$= \int_0^{2\pi}\int_0^1\int_0^1 2r^2 r\,dz\,dr\,d\theta$$

← محدودات استوانه‌ای

$$= 2\pi \times \frac{1}{2} \times 1 = \pi \qquad (2)\checkmark$$

۱۵۳- فرض کنید C منحنی $r=10+\cos^2\theta$ باشد که $0\le\theta\le 2\pi$، مقدار $\int_C \frac{ydx-xdy}{x^2+y^2}$ کدام است؟

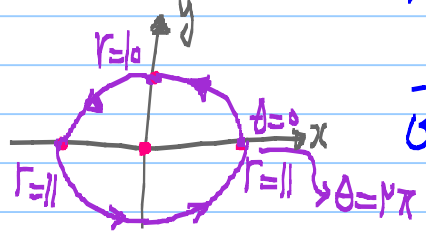
۱) -2π
۲) ۰
۳) ۱
۴) 2π

قرینه

انتگرال کار میدان $\nabla\theta$

$t\le 1$: متوسط

$(\theta=2\pi,\ \theta=0 \Rightarrow r=11) \Rightarrow$ هم نسبت است



خم یکبار در ساعتگرد ⇒ انتگرال کار $= -(\theta_2-\theta_1) = -2\pi$

$= -2\pi$ (1)✓

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
@math_equation مسعود آقاسی
www.m-aghasi.ir

۱۵۴- مقدار انتگرال زیر کدام است؟

$$\int_0^{\sqrt{3}}\int_0^{\sqrt{3-x^2}}\int_1^{\sqrt{4-x^2-y^2}}\frac{dzdydx}{x^2+y^2+z^2}$$

کره ✓ ✓ ✓ ✓

۱) $\frac{\pi}{2}\ln 2$
۲) $\frac{2\pi}{3}\ln 2$
۳) $\frac{\pi}{2}(1-\ln 2)$
۴) $\frac{2\pi}{3}(1-\ln 2)$

$z \geq 1$ و سخت

فضای کروی ⇐ انتگرال ۳گانه

ناحیه: $\begin{cases} 1 \leq z \leq \sqrt{4-x^2-y^2} \\ 0 \leq x \leq \sqrt{3},\ 0 \leq y \leq \sqrt{3-x^2} \end{cases}$

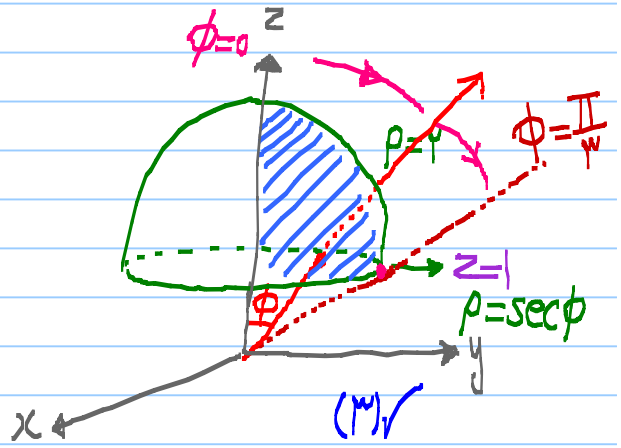
مرز: $z=\sqrt{4-x^2-y^2} \Rightarrow x^2+y^2+z^2=4$ کره $\Rightarrow \rho=2$ ✓

مرز: $z=1$ ✓ صفحه $\Rightarrow \rho\cos\phi=1 \Rightarrow \rho=\sec\phi$ ✓

ناحیه: داخل کره $x^2+y^2+z^2=4$ بالای $z=1$ که در $\frac{1}{8}$ اول فضا قرار دارد.

$0 \leq y \leq \sqrt{3-x^2}$ ربع اول، $0 \leq x \leq \sqrt{3}$ تصویر حجم روی صفحه xy ⇒ داخل ربع دایره به شعاع $\sqrt{3}$ ✓

تقاطع کره و صفحه $\sec\phi=2 \Downarrow \phi=\frac{\pi}{3}$



$$\text{انتگرال} = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{3}}\int_{\sec\phi}^{2}\frac{\rho^2\sin\phi}{\rho^3}\,d\rho\,d\phi\,d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sin\phi(2-\sec\phi)\,d\phi\,d\theta$$

$$= \frac{\pi}{2}\int_0^{\frac{\pi}{3}}(2\sin\phi-\tan\phi)\,d\phi = \frac{\pi}{2}(-2\cos\phi+\ln\cos\phi)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi}{2}(-1+\ln\tfrac{1}{2}+2) = \frac{\pi}{2}(1-\ln 2)$$

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
مسعود آقاسی @math_equation
www.m-aghasi.ir

۱۵۵- فرض کنید منحنی C دارای پارامتری $R(t)=(2\cos t, 2\sin t, \cos t+4)$ باشد که $0\le t\le 2\pi$ و $F(x,y,z)=(z^2+e^z, 4x, e^{z^2}\cos^2 z)$ مقدار $\int_C F.dR$ کدام است؟

(۱) $\frac{29\pi}{2}$
(۲) 15π
(۳) $\frac{31\pi}{2}$
(۴) 16π

$t\le 4$; ثبت

انتگرال کار

F_1 F_2 F_3

خم بسته است $\Rightarrow R(0)=(2,0,5)=R(2\pi)$ آیا خم بسته است

خم بسته + z داریم + میدان F مشکل ندارد $\Leftarrow$ قضیه استوکس

قضیه استوکس : $\oint_C F.dr = \iint_S curlF.n\,dS =$ روش تعریف (۳ مرحله‌ای)

n قائم

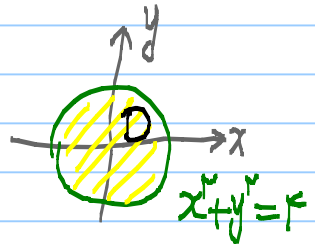
مرز سطح S خم C است $\Leftarrow$ سطح S را داخل خم C بگیرید.

معادله سطوحی که خم R بر آن قرار دارد را بیابید.

$R:\begin{cases} x^2+y^2=4 \checkmark \\ z=\frac{1}{2}x+4 \checkmark \end{cases}$

S: داخل خم C یعنی S قسمتی از صفحه $g=z-\frac{1}{2}x-4=0$ بگیرید که داخل $x^2+y^2=4$ قرار دارد.

$\oint_C F.dr = \iint_S curlF.n\,dS =$ روش ۳ مرحله‌ای



$\nabla g=(-\frac{1}{2},0,1)$, $\nabla g.\vec{k}=1$ $\rightsquigarrow$ $\vec{n}\,dS=\pm\frac{\nabla g}{|\nabla g.\vec{k}|}dA=\pm(-\frac{1}{2},0,1)\,dA$

بدون علامت بودن گزینه‌ها $\Rightarrow \vec{n}\,dS=+(-\frac{1}{2},0,1)\,dA$ ✓ قائم یکه تصویر

کارگاه آنلاین و رایگان حل تستهای جامع
ریاضی عمومی
@math_equation مسعود آقاسی
www.m-aghasi.ir

$$curl F = \nabla \times F = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_1 & F_2 & F_3 \end{vmatrix} = (0, 2z+e^z, 4) \checkmark$$

$$\text{پاسخ} = \iint_S curl F \cdot n\, dS = \iint_D 4\, dA = 4 \times \text{مساحت } D = \boxed{16\pi} \qquad (4) \checkmark$$

برنامه دوره های ریاضی عمومی و معادلات آنلاین برای کنکور ۱۴۰۲

برای ثبت نام در کلاسهای آنلاین(ویژه کنکور ۱۴۰۲) می توانید از لینک های زیر استفاده نمایید:

- کلاس درس و تست ۱۵+۱۰۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/da1402
- کلاس نکته و تست ۵۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/te1402
- جمع بندی ریاضی عمومی ۲۵ ساعتی(بر اساس باکس مطالب مشابه) https://b2n.ir/mo1402
- پکیج کلاس درس+نکته+جمع بندی ۱۹۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/pa1402
- ویدیو و جزوه رایگان تدریس ریاضی پایه در ۱۵ ساعت https://b2n.ir/ta1402
- کلاس درس و تست ۵۰ ساعتی معادلات دیفرانسیل https://b2n.ir/eq1402
- ویدیو و جزوه درس و تست فشرده ۱۶+۵۰ ساعتی ریاضی عمومی https://b2n.ir/fe1402
- وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز اول) برای کنکور ۱۴۰۲ https://b2n.ir/wb1402
- وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز ۲ و ۳) برای کنکور ۱۴۰۲ https://b2n.ir/wbb1402
- کارگاه رایگان حل تست جامع ریاضی (تستهای کنکور ۹۶ تا ۱۴۰۱ رشته های مختلف) https://b2n.ir/ja1402

✓ پکیج ۱۹۰ ساعتی کاملترین دوره ریاضی عمومی است و تخفیف بالاتری نسبت به سایر دوه ها خواهد داشت.

✓ دوستانی که از دوره رایگان ریاضی پایه استفاده کرده اند، در صورت تمایل برای ثبت نام در هر یک از دوره های *(درس، نکته، جمع بندی، پکیج)* از کد تخفیف **PAYE10** استفاده نمایند تا از ۱۰٪ تخفیف اضافه تر بهره مند گردند.

توجه : در صورت بروز مشکل در استفاده از لینک های بالا، برای دریافت لینک فعال یا ثبت نام به صفحه اول سایت https://negareh.ac.ir/aghasi یا www.m-aghasi.ir یا https://b2n.ir/class1402 یا کانال تلگرام @math_equation مراجعه یا از طریق ایمیل زیر پیگیری نمایید:

ایمیل برای مشاوره یا رفع اشکال : masoudaghasi1395@gmail.com