

کلاس نکتہ و تست آن لائن ریاضی عمومی



مدرس: مسعود آقاسی

[@math_equation](https://www.instagram.com/math_equation)

www.m-aghasi.com

masoudaghasi1395@gmail.com

منابع لازم برای کلاس نکته و تست آنلاین ریاضی عمومی
کنکور ارشد و دکتری ۱۴۰۲



ریاضی عمومی ۲ - جلد اول

خرید اینترنتی: <https://b2n.ir/159552>



ریاضی عمومی ۱ - جلد اول

خرید اینترنتی: <https://b2n.ir/457371>

(۱۴۰۰ MBA)

۱. برد تابع $f(x) = 2^x - [2^x + 4/7]$ کدام است؟

(۴) $(-4/7, -3/7)$

(۳) $(-5, -3/7)$

(۲) $(-4/7, -2/7)$

(۱) $(-4/7, -4)$

تمام فزونی‌ها

دام = \mathbb{R}

$f(x) = \cancel{2^x + 4/7} - [\cancel{2^x + 4/7}] - 4/7$

$f(x) = t - [t] - 4/7 \in [-4/7, -3/7)$

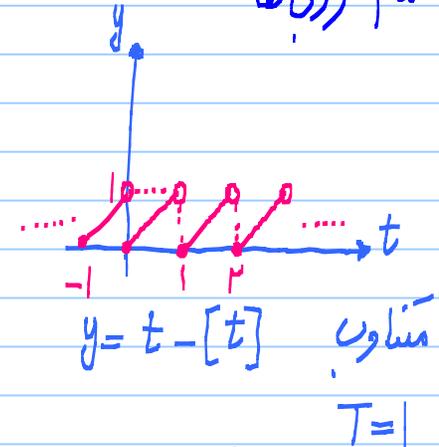
$t = 2^x + 4/7 > 4/7$

تایی و همواره مثبت

$t > 4/7$

$0 \leq \{t\} < 1$

(۲) ✓



$0 \leq t - [t] < 1$
جز اعشاری

۲. اگر عدد c چنان باشد که $\sinh c = \frac{3}{4}$ ، آنگاه x هایی که در معادله $\ln(e^x - \sqrt{e^{2x} - 1}) = c$ صدق می‌کنند، کدام است؟ (مکانیک ۹۳)

(۴) جواب ندارد

(۳) $x = \ln 3 - \ln 4$

(۲) $x = \ln 4 - \ln 5$

(۱) $x = \ln 5 - \ln 4$

$c = \sinh^{-1} \frac{3}{4} = \ln$

۱) $\sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$; دام = \mathbb{R} ; برد = \mathbb{R}

رسمانه

۲) $\cosh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$ ✓ ; دام = $[1, +\infty)$; برد = $[0, +\infty)$

۳) $\tanh^{-1} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$; دام = $(-1, 1)$; برد = \mathbb{R}

$$\ln(e^x - \sqrt{e^{2x} - 1}) \stackrel{\text{منفی}}{=} \ln \frac{e^{2x} - (e^{2x} - 1)}{e^x + \sqrt{e^{2x} - 1}} = \ln 1 - \ln(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1})$$

$$= -\ln(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1}) = -\cosh^{-1} e^x = c = \sinh^{-1} \frac{e^x}{e^x} = \ln 2 \quad \text{عوض (۴) ✓}$$

↑ منفی
↓ مثبت

مجموع $\frac{0}{0}$: علامتهای

۳. حد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \ln(1 + x)) - \text{Arctan } x}{\tanh x^2}$ برابر است با:

قاعده ۳. در سوالات $\frac{0}{0}$ اگر مخرج هم ارز x باشد نگاه بسط مک لورن صورت تا x بکنید. (صندقه ای مک لورن (جیب n))

$$\tanh x^2 = th x^2 \sim x^2, \quad \ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \dots \checkmark, \quad \text{tg}^{-1} t = t - \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} - \dots$$

$$x^2 \text{ مک لورن صورت تا } x^2 = \left\{ \ln(1+x) - \frac{1}{2} \ln^2(1+x) + \dots \right\} - \left\{ x + 0x^2 + \dots \right\} \quad (a-b)^2 = \underline{a^2} - 2ab + b^2$$

$$= \left(x - \frac{x^2}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(x - \frac{x^2}{2} \right)^2 + \dots - x = \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) x^2 = -x^2 \Rightarrow \text{جواب } \sim \frac{-x^2}{x^2} = -1 \quad (1) \checkmark$$

نکته و تست ریاضی عمومی ۱ و ۲

(ویژه کنکور ۱۴۰۲)

@math_equation مسعود آقاسی

www.m-aghasi.ir

۴. فرض کنید $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 + a \cos x) - b \sin x + c}{\sqrt[4]{1 + 2x^3} - 1} = 2$ در این صورت مقدار $a + c$ کدام است؟

(۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{7}{2}$ (۴) -1

مکسر = $\frac{0}{0} \iff c = 0 \iff$ عددگذاری

مک لورن صورت $\xrightarrow{\text{قاعده ۳}} \frac{1}{2} x^3 \sim \alpha t = \frac{1}{2} x^3$ ، $t = 2x^3 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{4}$ ، $t \rightarrow 0 \Rightarrow x \rightarrow 0$ ، $(1+t)^\alpha - 1 \sim \alpha t$ ، ارزی بزرگی

تا x^3 نبرد. برای آنکه حد برابر آید x^3 ، $\sim x + ax(1 - \frac{x^2}{2}) - b(x - \frac{x^3}{6}) = (1+a-b)x + (-\frac{a}{2} + \frac{b}{6})x^3 = x^3$ صورت $x \rightarrow 0$

$\iff \begin{cases} 1+a-b=0 \\ -\frac{a}{2} + \frac{b}{6} = 1 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{5}{2}, b = -\frac{3}{2} \Rightarrow a+c = -\frac{5}{2}$ (۱) ✓

۵. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} [(2^{x^2} - 1)(\ln x)^{1401}]$ برابر است با: [] نماد جزء صحیح است

(۱) صفر (۲) -1 (۳) $-\infty$ (۴) وجود ندارد.

عددگذاری برکت: $0 \times (\ln 0^+)^{1401} = 0 \times \infty =$ نسیم

۱) $\ln(0^+) = -\infty$ در ادامه

$(2^{x^2} - 1)(\ln x)^{1401} \sim x^2 \ln x \cdot (\ln x)^{1401} \xrightarrow{\text{منفی}} 0^-$ ، $t = x^2$ ، $t \rightarrow 0^+$ ، $x \rightarrow 0^+$

۲) $a^t - 1 \sim t \ln a$ ، $t \rightarrow 0$ ، $a > 0, a \neq 1$

۳) $e^t - 1 \sim t$

۴) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha (\ln x)^\beta = 0$ ، $\alpha > 0, \beta > 0$ ، $\log x$ ، $x \rightarrow 0^+$ ، $\log x$ ، $\beta > 0, \alpha > 0$

۱) $[0^-] = -1$ ، علامت صحیح

(معدن ۹۹)

بصفر

(۴) $+\infty$

(۳) e

۶. حاصل حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x - \cot \frac{1}{x}}}{[x] \sin \frac{1}{x}}$ کدام است؟
 (۱) ۰ (۲) ۱

$x \rightarrow +\infty$: $\text{مخرج} = [x] \sin \frac{1}{x} \sim x \cdot \frac{1}{x} = 1$

در بنامه: $[g(x)] \sim g(x)$
 $g(x) \rightarrow \pm \infty$

در صورت رایج بکنید \Rightarrow توان $\text{Cot } \frac{1}{x} = \infty - \infty =$ مبهم $\xrightarrow[t \rightarrow 0]{t = \frac{1}{x}}$ $\frac{1}{t} - \text{Cot } t$

توان $= \frac{1}{t} - \frac{1}{\text{tg } t} \xrightarrow{\infty - \infty} \frac{\text{tg } t - t}{t \cdot \text{tg } t} \xrightarrow{\frac{0}{0}} \frac{(t + ot') - t}{t \cdot t} = 0 \Rightarrow$ جواب نهایی $= \frac{e^0}{1} = 1$ (۲) ✓

(نقشه برداری ۹۱)

۷. حاصل عبارت $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{2}} (\sinh^{-1} x - \ln x - \ln 2)$ کدام است؟
 (۱) صفر (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

علاقه‌مندی: $\infty x (\infty - \infty)$ (۴)

بیک میلی بکنید $\frac{1}{2}$ (۳)

عبارت $= x^{\frac{1}{2}} (\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \ln 2x) = x^{\frac{1}{2}} \ln \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{2x} = 0 \times \infty$

در بنامه (۱) $\ln y \sim y - 1$
 $y \rightarrow 1$

(۲) $\ln(1+x) \sim x$
 $x \rightarrow 0$

$\sim x^{\frac{1}{2}} \cdot (y - 1) = x^{\frac{1}{2}} \left(\frac{x}{2x} - 1 \right) = x^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{2x}$

$= \frac{x}{2} \cdot \frac{(x^2 + 1) - x^2}{\sqrt{x^2 + 1} + x} \sim \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{x + x} \rightarrow \frac{1}{4}$ (۲) ✓

۸. اگر $u = \text{th}^{-1}x$ و $v = \frac{1}{5 + \ln(\cosh x - 1)}$ ، حد راست تابع u^v در $x = 0$ برابر است با:

e^2 (۱) e^{-2} (۲) \sqrt{e} (۳) $\frac{1}{\sqrt{e}}$ (۴)

\ln عبارت رانج/بیم \Rightarrow مبهم \Rightarrow $u \rightarrow 0 = 0 = 0$ \Rightarrow عبارتهای

$$\ln u^v = v \ln u = \frac{\ln(\text{th}^{-1}x)}{5 + \ln(\cosh x - 1)} = \frac{\infty}{\infty} \sim \frac{\ln x}{5 + \ln(\frac{x^2}{2})} \sim \frac{\ln x}{\ln \frac{x^2}{2}} \sim \frac{\ln x}{2 \ln x - \ln 2} \rightarrow \frac{1}{2} \Rightarrow \text{جواب} = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$$

1^∞ , ∞^0 و 0^0 حالات مبهمی (رسمی)

حالت ۱[∞]: $f(x)^{g(x)} \sim e^{g(x)(f(x)-1)}$ ۲) $f(x)^{g(x)}$ در 0^0 یا ∞^0 فرمول ۱) $u = e^{v \ln u}$

۹. اگر $f(x) = \frac{\sinh^2 x}{\ln(1+x^2)}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x))^{\csc^2 x}$ برابر است با: [] نماد جزء صحیح است

$e^{\frac{1}{2}}$ (۱) $e^{\frac{1}{6}}$ (۲) $e^{\frac{5}{6}}$ (۳) $e^{\frac{1}{3}}$ (۴)

عبارتهای: $\infty = 1$

حالت مبهم 1^∞ با فرمول ۲:

$$g(x)(f(x)-1) = \left[\frac{1}{\sinh^2 x} \right] \left(\frac{\sinh^2 x}{\ln(1+x^2)} - 1 \right) \sim \frac{1}{\sinh^2 x} \cdot \frac{\sinh^2 x - \ln(1+x^2)}{\ln(1+x^2)}$$

حاصل برکت به ∞ میل می‌کند.

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$\sim \frac{\left(x + \frac{x^3}{9}\right)^2 - \left(x^2 - \frac{1}{3}x^4\right)}{x^2 \cdot x^4} \sim \frac{\frac{1}{9}x^4 + \frac{1}{3}x^4}{x^4} = \frac{5}{9} \Rightarrow \text{جواب} = e^{\frac{5}{9}} \quad (3) \checkmark$$

برای مخرج ۳ ← صورت تا x^4 بسازید.

۱۰. عرض از مبدأ خط مجانب نمودار تابع پارامتری $(x = \frac{t+2}{t-1}, y = \frac{2t}{t^2-1})$ کدام است؟

$-\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{1}{6}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

همه جانب‌ها را محاسبه کنید!!

۱) جانب قائم : $x \rightarrow a \in \mathbb{R}, y \rightarrow \infty \Rightarrow x=a$ جانب قائم

$$y \rightarrow \infty \Rightarrow t^2 - 1 \rightarrow 0 \Rightarrow \begin{cases} t \rightarrow -1 \Rightarrow x \rightarrow -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{جانب قائم } x = -\frac{1}{2} \\ t \rightarrow 1 \Rightarrow x \rightarrow \frac{3}{0} = \infty \end{cases}$$

۲) جانب افقی : $x \rightarrow \pm\infty, y \rightarrow b \in \mathbb{R} \Rightarrow y=b$ جانب افقی

$x \rightarrow \infty \Rightarrow t \rightarrow 1 \Rightarrow y \rightarrow \infty$ جانب افقی ندارد

۳) جانب مایل (شرط لازم) : $x \rightarrow \infty, y \rightarrow \infty$

$y = ax + b$ جانب مایل ($a \neq 0$)

عرض از مبدأ $b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - ax)$
 شیب $a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$

$x \rightarrow \infty, y \rightarrow \infty \Rightarrow t \rightarrow 1$

$$a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y}{x} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t(t-1)}{(t^2-1)(t+2)} = \frac{1}{3}$$

عرض از مبدأ $b = \lim_{x \rightarrow \infty} (y - ax) = \lim_{t \rightarrow 1} \left(\frac{2t}{t^2-1} - \frac{t+2}{3(t-1)} \right) = \frac{1}{6}$ مخرج مشترک $\frac{1}{6}$ (۲) ✓

۱۱. اگر $f\left(\frac{1}{x}\right) = e^x$ باشد، معادله خط مجانب مایل تابع $g(x) = \frac{x}{f(x)}$ کدام است؟

(۴) $y = x - 2$

(۳) $y = x - 1$

(۲) $y = x + 1$

(۱) $y = x$

ابتدا ضابطه $g(x)$ را محاسبه کنید.

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = e^x \xrightarrow{x \rightarrow \frac{1}{x}} f(x) = e^{\frac{1}{x}}$$

$$g(x) = \frac{x}{e^{\frac{1}{x}}} = x e^{-\frac{1}{x}}$$

نکته: اگر $g(x) \sim ax + b$ از رابطه $y = ax + b$ جانب $g(x)$ است.

$$e^t = 1 + t + \frac{t^2}{2!} + \dots$$

$$g(x) = x e^{-\frac{1}{x}} = x \left(1 - \frac{1}{x} + \dots\right) = x - 1 + \dots$$

(۲ جمله نوشته شود) هم ارزی قوی!!

$x \rightarrow \pm\infty$
مکملون رصغر $\Rightarrow 0 \rightarrow -\frac{1}{x}$

$\Rightarrow g(x) \sim x - 1$ \Rightarrow $y = x - 1$ جانب مایل (۳) ✓

۱۲. اگر تابع $f(x) = [x^2 - 2x]$ در بازه $(\frac{1}{p}, k + \frac{1}{p})$ پیوسته باشد، بزرگترین مقدار k برابر است با:

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{5}{2}$

(۲) ۱

$g(x)$

(۱) $\frac{1}{2}$

نکته: اگر $f(x) = [g(x)]$ و تابع $g(x)$ در نقطه $x=a$ پیوسته باشد.

الف) اگر $g(a) \notin \mathbb{Z}$ آنگاه f در a پیوسته است.

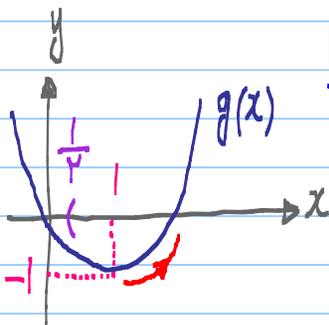
ب) اگر $g(a) \in \mathbb{Z}$:

f در a پیوسته است $\Leftrightarrow g$ در a ی نیم لسی گردد.

هدف یافتن اولین عدد $x < \frac{1}{p}$ است که تابع $f(x)$ در x پیوسته باشد. کوچکترین

یعنی $x_0 = \frac{1}{p} + k$

کوچکترین عدد $x > \frac{1}{p}$ و داخل برآبت راهیج کند و $g(x)$ در آن ی نیم نباشد!!



$$g(x) = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{بست} \\ f \text{ در } x=1 \text{ پیوسته} \Rightarrow \text{اما } g(x) \text{ در } x=1 \text{ ی نیم نیست} \\ \Rightarrow g(x) \in \mathbb{Z} \Rightarrow g(x) = -1 \Rightarrow x = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{p} = k + \frac{1}{p}$$

$$\left. \begin{array}{l} f \text{ در } x=2 \text{ پیوسته} \Rightarrow x=2 \text{ ی نیم نباشد} \\ \Rightarrow g(x) \in \mathbb{Z} \Rightarrow g(x) = 0 \Rightarrow x = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

$$k = \frac{3}{2}$$

نکته و تست ریاضی عمومی ۱ و ۲

(ویژه کنکور ۱۴۰۲)

@math_equation مسعود آقاسی

www.m-aghasi.ir

۱۳. اگر $x \neq 0$ $f(x) = \frac{[3 - \cosh x](\text{Arcsin } x)^2}{e^{2x} - 1}$ مقدار $f'(0)$ کدام است؟ [] نماد جزء صحیح است

(۴) $f'(0)$ وجود ندارد.

(۳) ۰

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) ۱

$f(x)$ در $x=0$ مشکل دارد؟

روش تعریف $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

(۱) اگر ضابطه f در نقطه a تعریف بر مبنای باشد

روش تعریف جدید واقعی

(۲) در مساوی نقطه تعریف کنید

لازم است

نقطه مشکل دارد!!

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[3 - \cosh x](\sin x)^2}{x(e^{2x} - 1)} \sim \frac{[2]x^2}{x \cdot 2x} = \frac{1}{2}$$

$\cosh x \geq 1$

(عمران ۹۲)

۱۴. اگر $f(x)$ تابعی باشد که در شرایط زیر صدق نماید، در این صورت $A = \sum_{k=1}^{17} f'(k)$ کدام است؟

$f'(k)$ مشتق f ؟

$\forall x, y \in \mathbb{R} : f(x+y) = f(x) + f(y) + x^2y + xy^2$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$

(۴) ۱۳۹۳

(۳) ۱۳۹۲

(۲) ۱۳۹۱

(۱) ۱۴۰۷

فرمول توصیف کننده f

تعریف دوم مشتق: $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

تعریف دوم مشتق: $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) + f(h) + x^2h + xh^2 - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (\frac{f(h)}{h} + x^2 + xh) = 1 + x^2$

$$A = \sum_{k=1}^{17} (1 + k^2) = 17 + \sum_{k=1}^{17} k^2 = 17 + \sum_{k=1}^{17} k^2 - \sum_{k=1}^{10} k^2 = 17 + \frac{17 \times 18 \times 35}{6} - \frac{10 \times 11 \times 21}{6} = 1407$$

۱) $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

۲) $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

۳) $1^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

۱۵. اگر $f(x) = \frac{(x+1)^5(4x-1)^6}{(x+2)^7(3x-1)^4}$ حاصل $f'(1) = \frac{2}{9}$ کدام است؟

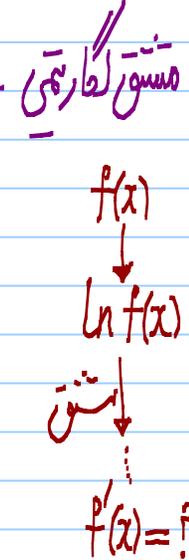
صابطه $f(x)$ کاسه بکنید!! \Rightarrow حد درجه شده برابر $f'(1)$ است

$\frac{13}{9}$ (۴) $\frac{11}{9}$ (۳) $\frac{13}{6}$ (۲) $\frac{11}{6}$ (۱)

$$\ln f(x) = 5 \ln(x+1) + 6 \ln(4x-1) - 7 \ln(x+2) - 4 \ln(3x-1)$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{5}{x+1} + \frac{24}{4x-1} - \frac{7}{x+2} - \frac{12}{3x-1}$$

$$x=1 \Rightarrow \frac{f'(1)}{f(1)} = \frac{5}{2} + 8 - \frac{7}{3} - 6 = \frac{13}{6} \xrightarrow{\text{ضرب در } f(1)} f'(1) = \frac{13}{6} f(1) = \frac{13}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{13}{9}$$



(مکانیک ۹۵)

۱۶. در چند نقطه از منحنی پارامتری $\begin{cases} x = \cos 3\theta \\ y = 2 \sin \theta \end{cases}$ ، خط مماس در آن نقطه از منحنی، موازی محور y ها است؟

خط عمودی \leftarrow شیب برابر ∞ است!!

$T = \frac{2\pi}{3}$ تناوب (۳)
 $T = 2\pi$ تناوب (۴)

(۱) شیب خط مماس بر نمودار $\frac{dy}{dx}$ است.

شیب مماس: $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{2 \cos \theta}{-3 \sin 3\theta} = \infty$

(۲) مشتق نمودار پارامتری $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}$

نقطه \rightarrow نمودار $T = 2\pi$ تناوب است!!

$\Rightarrow \sin 3\theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{k\pi}{3} \Rightarrow \theta = 0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \dots$

$(0, 1)$, $(\frac{\pi}{3}, \sqrt{3})$, $(\frac{2\pi}{3}, 1)$, $(\pi, 0)$, $(\frac{4\pi}{3}, -\sqrt{3})$, $(\frac{5\pi}{3}, -1)$

(۳) ✓

۱۷. مشتق دهم تابع $y = (2x + 1) \sin x$ به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟ ابتدا $f(x)$ محاسبه کنید!!

(۴) ۲۰

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2} (21 + \frac{\pi}{4})$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2} (19 - \frac{\pi}{4})$ *صفر جوابی*

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2} (17 - \frac{\pi}{4})$

فرمول لایبِنیتز (سبب جوابی): $\frac{d^n}{dx^n} (uV) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} u^{(k)} V^{(n-k)}$ و $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$; $0! = 1$

$u = 2x + 1$ و $V = \sin x$ *صفر جوابی* $\Rightarrow u^{(k)} = 0, k \geq 2$ *مرتبه مشتق* $V' = V^{(1)}$

$f^{(10)}(x) = \sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k} u^{(k)} V^{(10-k)}$

$\Rightarrow f^{(10)}(x) = 1(2x+1)(-\sin x) + 10(2) \cos x \rightarrow f^{(10)}(\frac{\pi}{4}) = \dots (۲) \checkmark$

$y = \sin x \quad \underline{\quad} \quad y = \cos x$

$y^{(n)} = y^{(r)}$ *با اینکه n برابر ۴*

۱۸. اگر $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ ، آنگاه $f^{(50)}(0)$ کدام است؟

(ژئوفیزیک و هواشناسی، فلسفه علم، علوم و محیط زیست، علوم اطلاعاتی، اقیانوس شناسی فیزیکی (۹۹)

(۴) ۲۱۰۰

(۳) ۲۹۸

(۲) ۲۹۸

(۱) ۲۱۰۰

مربع کامل کردن $f(x) = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{1}{4} (\cancel{\sin^2 x} \cos^2 x) = 1 - \frac{1}{4} \sin^2 2x = 1 - \frac{1 - \cos 4x}{4}$

$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha)$ $\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x$

$f(0) = 0 + \frac{1}{4} (4)^{50} (-\cos 4x) \Big|_{x=0} = -4 = -2^{91}$

با اینکه ۵۰ برابر برابر ۲ است.

(۳) \checkmark

۱۹. اگر $x \in (-\frac{1}{e}, \frac{1}{e})$ و $f(x) = (1 + \sinh x)e^{x^2}$ آنگاه $(f^{-1})'''(1)$ (مشتق سوم تابع وارون f در نقطه $a = 1$) کدام است؟

(مکانیک ۹۶)

۱ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

درسامد: اگر تابع معکوس $f(x)$ برابر $g(x)$ است $y = f(x)$; $g = f^{-1}$

$$1) \quad g'(y) = \frac{1}{f'(x)} \xrightarrow{\frac{d}{dx}} \quad 2) \quad g''(y) = -\frac{f''(x)}{f'(x)^3} \xrightarrow{\frac{d}{dx}} \quad 3) \quad g'''(y) = \frac{3f''(x) - f'(x)f'''(x)}{f'(x)^5}$$

$$f(x) g'''(y) = -\frac{f(x)f'(x)^3 - 3f''(x)f'(x)^2 f(x)}{f'(x)^4} \Rightarrow \text{ارزومول نسبت به } x \text{ مشتق}$$

۴) $f^{(n)}(a) = n! x (x-a)^n$ (ضرب در $(x-a)$ در برابر f حول a)

۵) $f^{(n)}(0) = n! x^n$ (ضرب در x^n در مرکز کورن f)

$$y = f(x) \rightarrow (1 + \sinh x)e^{x^2} = 1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \quad g'''(y) = \frac{3f''(0) - f'(0)f'''(0)}{f'(0)^5} = \frac{3(2) - 1 \times 6}{1^5} = \boxed{5}$$

$f(x) = (1 + \sinh x)e^{x^2} = (1 + x + \frac{1}{4}x^3 + \dots)(1 + x^2 + \dots)$ (ضرب کوشی) ضرب ضابطه‌های تولید x^2

۱) $f'(0) = 1! x = 1$; $f''(0) = 2! x = 2$, $f'''(0) = 3! x = 6(1 + \frac{1}{4}) = 7$

۲۰. فرض کنید $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ که $f(x) = (1 + \frac{1}{x})^{x+1}$ در این صورت:

(۲) $f(x)$ تابعی صعودی است.

(۴) $f(x)$ در ابتدا نزولی و سپس صعودی است.

(۱) $f(x)$ تابعی نزولی است. **دامنه $x > 0$ برای f**

(۳) $f(x)$ در ابتدا صعودی و سپس نزولی است.

وضع کنوایی تابع f برای $x > 0$ بررسی کنید ← علامت $f'(x)$ را تعیین کنید!!

$$\ln f(x) = (x+1) \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right) = (x+1)(\ln(x+1) - \ln x)$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \ln(x+1) - \ln x + (x+1) \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}\right) = \ln(x+1) - \ln x - \frac{1}{x} = g(x)$$

چون $f > 0$ پس f' با g هم علامت است. پس کافی است $g(x)$ را تعیین علامت کنیم. کافی است $g(x)$ را تعیین علامت کنید.

$$x > 0: g'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^2(x+1)} > 0 \Rightarrow g(x) \text{ صعودی آید}$$

$g(0) < g(x) < g(+\infty) \Rightarrow g(x) < 0 \xrightarrow{f, g \text{ هم علامت}} f'(x) < 0 \Rightarrow f(x) \text{ نزولی آید} \quad (1) \checkmark$

$g(+\infty) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{x+1}{x} - \frac{1}{x} = 0 - 0 = 0$

*گ صعودی آید
جهت نابرابری لغزنده*

نکته . برای تعیین تعداد ریشه‌های تابع مشتق‌پذیر f کافی است بر هر یک از بازه‌هایی که f' علامتی ثابت دارد (یعنی f یکنوای آید

است) تعداد ریشه‌ها را با تعیین علامت f در ابتدا و انتهای بازه به دست آوریم. اگر بازه مورد نظر $[a, b]$ باشد:

(الف) اگر $f(a)f(b) \leq 0$ آنگاه f بر $[a, b]$ دقیقاً دارای یک ریشه است.

(ب) اگر $f(a)f(b) > 0$ آنگاه f بر $[a, b]$ فاقد ریشه است.

تعداد ریشه های معادله؟

۲۱. در مورد معادله $x e^x - 2e^x + 1 = 0$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) دقیقاً یک ریشه دارد.
- (۲) حداکثر دارای یک ریشه است.
- (۳) دقیقاً دو ریشه دارد.
- (۴) حداقل دارای سه ریشه است.

$f(x)$

$f \text{ دامنه} = (-\infty, +\infty) = \text{بازه}$

$f'(x) = e^x + x e^x - 2e^x + 0 = (x-1)e^x = 0 \Rightarrow x=1$

یک بارنگراری شود $\leftarrow f'$ تغییر علامت می دهد!!

$f(-\infty) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x-2)e^x + 1 = 1 + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{e^{-x}} = 1$

- (۱) بازه صافی که f تغییر علامت نمی دهد!!
- (۲) معادله f در ابتدای بازه تغییر علامت کند!!

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f'	$-$	0	$+$
f	1	$1-e$	$+\infty$

رنگ
۲ ریشه دارد (۳)
مثبت
یک ریشه منفی
یک ریشه مثبت

۲۲. در نقطه ای با کدام طول نمودار تابع $f(x) = (x^4)^x$ دارای ماکزیمم نسبی است؟

(۴) ماکزیمم نسبی ندارد. $x \neq 0$ دامنه

$\frac{1}{e}$ (۳)

$-\frac{1}{e}$ (۲)

$-e$ (۱)

در ریاضی ۱ محاسبه آنتروپی نسبی \leftarrow نقاط بحرانی؟ (نقشی از D که f' منفی شود یا تابع مشتق پذیر نباشد) \leftarrow آزمون مشتق اول

$\ln f(x) = x \ln x^4$ لگاریتمی \rightarrow مشتق \rightarrow نقاط بحرانی

$\frac{f'(x)}{f(x)} = \ln x^4 + x \cdot \frac{4x^3}{x^4} = 4 + \ln x^4$

x	$-\frac{1}{e}$	0	$\frac{1}{e}$
f'	$+$	0	$-$

max min

بحرانی $\frac{1}{e}$ و $-\frac{1}{e}$ $\Rightarrow x^4 = e^{-4} \Rightarrow \ln x^4 = -4 \Rightarrow x^4 = e^{-4} \Rightarrow x = \frac{1}{e}$ و $-\frac{1}{e}$

ریشه یک بارنگراری شوند

(۲) ✓

۲۳. تقریر منحنی $y = 2x^2 + \ln x$ در بازه محدود (a, b) به طرف y های منفی است، بزرگترین مقدار $b - a$ برابر است با:

$\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) رو به پایین ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

$f''(x) > 0 \Rightarrow$ تقریر رو به بالا ۲) $f''(x) < 0 \Rightarrow$ تقریر رو به پایین

هدف: بزرگترین بازه‌ای را بیابید که $y'' < 0$.

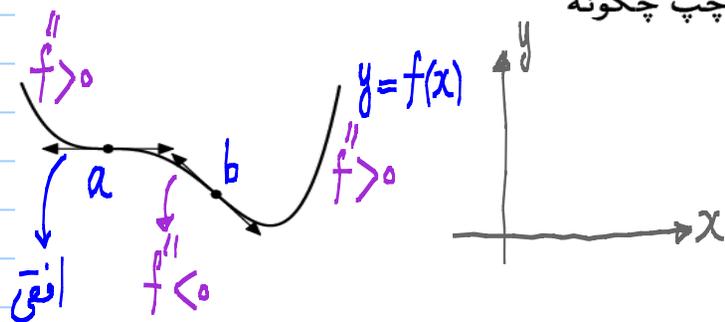
دامنه y برابر $x > 0$ است!!

$y' = 4x + \frac{1}{x}$, $y'' = 4 - \frac{1}{x^2} = \frac{4x^2 - 1}{x^2} < 0$

$\Rightarrow 4x^2 - 1 < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ اشتراک بار دامنه $\Rightarrow a=0, b=\frac{1}{2}$ (۱) ✓

۲۴. شکل زیر نمودار f است. مقادیر اکسترمم نسبی تابع مشتق f از راست به چپ چگونه

است؟ (صنایع - آزاد ۸۷)



- ۱) ماکزیمم مثبت - می نیمم منفی
- ۲) می نیمم صفر - ماکزیمم صفر
- ۳) می نیمم منفی - ماکزیمم صفر
- ۴) می نیمم منفی - ماکزیمم مثبت

نقاط عطف $f(x)$ نقاط اکسترمم نسبی $g(x) = f'(x)$ می باشند.

x	a		b	
$f'' = g'$	+	?	-	?
$f' = g$	↗ <u>max</u>		↘ <u>min</u>	

$g(a) = f'(a) = 0 \Rightarrow$ ماکزیمم صفر

$g(b) = f'(b) < 0 \Rightarrow$ می نیمم منفی

که نزولی گیرد (۳) ✓

۲۵. حجم بزرگترین استوانه محاط در یک مخروط قائم، چند برابر حجم آن مخروط است؟

(مکانیک ۸۳، MBA، ایمنی صنعتی، دریاوردی ۹۴)

نکته و تست ریاضی عمومی ۱ و ۲

(ویژه کنکور ۱۴۰۲)

مسعود آقاسی @math_equation

www.m-aghasi.ir

هدف یافتن نسبت ماکزیمم حجم استوانه محاط در مخروط
نسبت به حجم مخروط !!

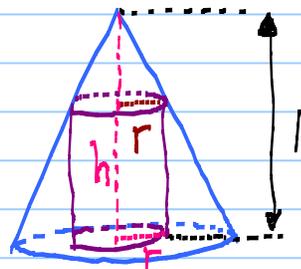
max $\frac{4}{9}$ (۱)

روش حل سؤالات بهینه سازی (مدل سازی)
۱ رسم شکل مناسب برای مسئله

۲ تابع هدف را بر حسب متغیر بنویسید

۳ با توجه به شکل، بین متغیرهای تابع هدف رابطه بنویسید (هندسه: فیثاغورس، تالس، تشابه،). تا مقدار متغیر کاهش یابد

۴ تابع هدف (۳) اکستریم مطلق یابید (۱. مشتق ۲. نقاط)



آبجرفه: $V = \pi r^2 h$ حجم استوانه: تابع هدف

تالس رابطه بین r و h $r = \frac{l-h}{1} \Rightarrow r = 1-h$



تصحیح ماکزیمم $\max_{\text{تابع هدف}} \frac{1-h}{1} = h \Rightarrow h = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow V = \pi (1-h)^2 h$ $\frac{V_{\max}}{V_{\text{مخروط}}} = \frac{\pi (\frac{1}{2})^2 (\frac{1}{2})}{\pi (1)^2 (1)} = \frac{1}{4}$ (۱) ✓

نکته: $x > 0, y > 0, x+y = \text{ثابت}$ و $x^\alpha y^\beta \xrightarrow{\max} \frac{x}{\alpha} = \frac{y}{\beta}$

نکته و تست ریاضی عمومی ۱ و ۲

(ویژه کنکور ۱۴۰۲)

@math_equation مسعود آقاسی

www.m-aghasi.ir

۲۶. از دایره‌ای به شعاع R ، قطاعی با زاویه مرکزی $(0 < \theta < 2\pi)$ بریده و با آن یک مخروط قائم دوار با رأس O می‌سازیم. به ازای کدام

(نفت ۸۵)

θ مخروط با ماکزیمم حجم حاصل می‌شود؟

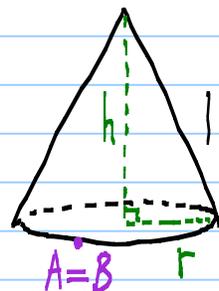
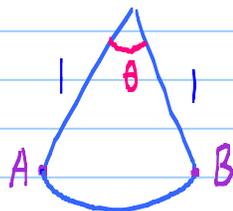
$$2\pi\sqrt{\frac{2}{3}} \quad (۴)$$

$$\pi\sqrt{\frac{4}{3}} \quad (۳)$$

$$\pi\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3}\pi \quad (۱)$$

فرض کنید $R=1$



$$\widehat{AB} = \text{طول قوس} = R\theta = \theta = \text{خط ماعده} = 2\pi r$$

$$\text{تایید} \Rightarrow \text{مخروط} : V = \frac{\pi}{3} r^2 h \Rightarrow \text{مستقره} \Rightarrow r = \frac{\theta}{2\pi}$$

$$\text{شکل} \Rightarrow \text{ماعتیثاغویز} : r^2 + h^2 = l^2 \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{1 - \frac{\theta^2}{4\pi^2}}$$

$$V = \pi \left(\frac{\theta}{2\pi}\right)^2 \sqrt{\frac{4\pi^2 - \theta^2}{4\pi^2}} = \dots \theta^2 \sqrt{4\pi^2 - \theta^2} \quad \text{یک مستقره}$$

$$V = \dots \theta^2 (4\pi^2 - \theta^2)^{\frac{1}{2}}$$

تایید $4\pi^2 = \text{جمع}$

$$\text{max} \Rightarrow \frac{\theta^2}{1} = \frac{4\pi^2 - \theta^2}{\frac{1}{2}} \Rightarrow 3\theta^2 = 4\pi^2$$

$$\Rightarrow \theta = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}} \quad (۴) \checkmark$$

نکته و تست ریاضی عمومی ۱ و ۲

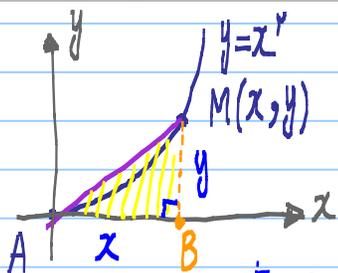
(ویژه کنکور ۱۴۰۲)

@math_equation مسعود آقاسی

www.m-aghasi.ir

۲۷. نقطه M روی نمودار $y = x^2$ در ربع اول از نقطه $A(0, 0)$ شروع به حرکت می‌کند. تصویر این نقطه روی محور x ها را B می‌نامیم.

در لحظه‌ای که M به نقطه $(2, 4)$ می‌رسد، مؤلفه طول آن با سرعت $1/0$ افزایش می‌یابد، در این لحظه سرعت افزایش مساحت مثلث AMB کدام است؟



«محل‌سازی» نسبت (نسبت) و نسبت ← رسم شکل ← رابطه بین متغیرها ← مشتق نسبت به t ← عریضی

رابطه بین S و x ؟ $\Rightarrow \frac{dS}{dt} = ?$ $\xrightarrow{x=2, \frac{dx}{dt} = 0/1}$

$S = \frac{1}{2} xy = \frac{1}{2} x \cdot x^2 \Rightarrow S = \frac{1}{2} x^3$ (*)

$\frac{d}{dt} \xrightarrow{(*)} \frac{dS}{dt} = \frac{1}{2} (3x^2) \cdot \frac{dx}{dt} \stackrel{\text{عریضی}}{=} \frac{3}{2} (2)^2 (0/1) = 0/4$ (۴) ✓

۲۸. با توجه به قضیه مقدار میانگین، حاصل عبارت $\cosh^{-1} \frac{5}{3} - \cosh^{-1} \frac{5}{4}$ در چه بازه‌ای قرار دارد؟

(۴) $(\frac{2}{5}, \frac{4}{3})$

(۳) $(\frac{2}{4}, \frac{4}{3})$

(۲) $(\frac{5}{16}, \frac{5}{12})$

(۱) $(\frac{5}{16}, \frac{5}{9})$

قضیه میانگین: اگر تابع $f(x)$ روی $[a, b]$ پیوسته و مشتق‌پذیر باشد، آنگاه $a < c < b$ موجود است که $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

$f(x) = \cosh^{-1} x$; بازه $= [\frac{5}{4}, \frac{5}{3}]$

$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ $\frac{5}{4} < c < \frac{5}{3}$ موجود است که:

قضیه: $\frac{f(\frac{5}{3}) - f(\frac{5}{4})}{\frac{5}{3} - \frac{5}{4}} = f'(c) \Rightarrow \cosh^{-1} \frac{5}{3} - \cosh^{-1} \frac{5}{4} = \frac{5}{12} f'(c)$

\Rightarrow تغییرات $= \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{\sqrt{c^2 - 1}}$ نزولی آید

الگوریتم مطلق $\rightarrow \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{9}$
 $\rightarrow \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{5}{16}$

$\frac{5}{4} < c < \frac{5}{3}$

(۱) ✓ $\frac{5}{16} < \text{تغییرات} < \frac{5}{9}$

تکالیف جلسه دوم نکته و تست (چهارشنبه ۲۱ دی):

➤ حل تستهای جزوه تا شماره ۶۶

مباحثی که تستهای آن را حل می کنید:

➤ قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال (محاسبه مشتق از انتگرال)

➤ روش محاسبه انتگرال نامعین و معین

➤ انتگرال ناسره (محاسبه و بررسی همگرایی و واگرایی)

➤ تابع گاما

❖ برای مشاوره یا رفع اشکال از طریق آیدی @math_admin77

یا ایمیل masoudaghasi1395@gmail.com اقدام نمایید.

برنامه دوره های ریاضی عمومی و معادلات آنلاین برای کنکور ۱۴۰۲

برای ثبت نام در کلاسهای آنلاین (ویژه کنکور ۱۴۰۲) می توانید از لینک های زیر استفاده نمایید:

- <https://b2n.ir/da1402> کلاس درس و تست ۱۵+۱۰۰ ساعتی ریاضی عمومی
- <https://b2n.ir/te1402> کلاس نکته و تست ۵۰ ساعتی ریاضی عمومی
- <https://b2n.ir/mo1402> جمع بندی ریاضی عمومی ۲۵ ساعتی (بر اساس باکس مطالب مشابه)
- <https://b2n.ir/pa1402> پکیج کلاس درس+نکته+جمع بندی ۱۹۰ ساعتی ریاضی عمومی
- <https://b2n.ir/ta1402> ویدیو و جزوه رایگان تدریس ریاضی پایه در ۱۵ ساعت
- <https://b2n.ir/eq1402> کلاس درس و تست ۵۰ ساعتی معادلات دیفرانسیل
- <https://b2n.ir/fe1402> ویدیو و جزوه درس و تست فشرده ۱۶+۵۰ ساعتی ریاضی عمومی
- <https://b2n.ir/wb1402> وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز اول) برای کنکور ۱۴۰۲
- <https://b2n.ir/wbb1402> وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز ۲ و ۳) برای کنکور ۱۴۰۲
- <https://b2n.ir/ja1402> کارگاه رایگان حل تست جامع ریاضی (تستهای کنکور ۹۶ تا ۱۴۰۱ رشته های مختلف)
- <https://b2n.ir/fd1402> جلسه اول کلاس درس و تست ریاضی عمومی (رایگان)
- <https://b2n.ir/fm1402> کارگاه رایگان تدریس اعداد مختلط (جلسه ۹ کلاس درس و تست)
- <https://b2n.ir/we1402> وبینار رایگان روش بهینه مطالعه معادلات دیفرانسیل برای کنکور ۱۴۰۲
- <https://b2n.ir/fu1402> جلسه اول کلاس درس و تست معادلات دیفرانسیل (رایگان)
- <https://b2n.ir/az4021> کارگاه رایگان حل آزمون آزمایشی اول موسسه نگاره
- <https://b2n.ir/ft1402> جلسه اول کلاس نکته و تست ریاضی عمومی (رایگان)
- <https://b2n.ir/fr1402> کارگاه رایگان حل تست جامع معادلات (تستهای کنکور ۹۹ تا ۱۴۰۱ رشته های مختلف)

- ✓ پکیج ۱۹۰ ساعتی کاملترین دوره ریاضی عمومی است و تخفیف بالاتری نسبت به سایر دوه ها خواهد داشت.
- ✓ برای ثبت نام از کد تخفیف **PAYE10** استفاده نمایید تا از ۱۰٪ تخفیف اضافه تر بهره مند شوید.

توجه: در صورت بروز مشکل در استفاده از لینک های بالا، برای دریافت لینک فعال یا ثبت نام به صفحه اول سایت <https://negareh.ac.ir/aghasi> یا www.m-aghasi.ir یا <https://b2n.ir/cs1402> یا کانال تلگرام [@math_equation](https://t.me/math_equation) مراجعه یا از طریق آیدی تلگرام [@math_admin77](https://t.me/math_admin77) یا ایمیل زیر پیگیری نمایید:

masoudaghasi1395@gmail.com

ایمیل برای مشاوره یا رفع اشکال :