

# دوره جمع بندی آنلاین ریاضی عمومی ۱ و ۲

(جلسه اول : جمع بندی اتگرهای ریاضی ۲)

زمستان ۱۴۰۱

مدرس: مسعود آقاسی

[www.m-aghasi.ir](http://www.m-aghasi.ir)

[https://t.me/math\\_equation](https://t.me/math_equation)

[masoudaghasi1395@gmail.com](mailto:masoudaghasi1395@gmail.com)

لینک ثبت نام جلسه اول رایگان <https://b2n.ir/fo1402>

لینک ثبت نام دوره ۲۵ ساعته جمع بندی <https://b2n.ir/mo1402>

لینک ثبت نام دوره حل تست جامع رایگان (کنکورهای ۹۶ تا ۱۴۰۱) <https://b2n.ir/ja1402>

لینک ثبت نام دوره های رایگان ریاضی و معادلات <https://negareh.ac.ir/aghasi>

دوره جمع بندی آنلاین ریاضی عمومی ۱ و ۲ برای رشته های MBA، مکانیک، عمران، صنایع، کامپیوتر، مواد، ریاضی، نقشه برداری، مهندسی پزشکی و ..... تعریف شده است.

در دوره جمع بندی، مطالب بر اساس طبقه بندی کلی مطالب مهم (خصوصاً مواردی که انتخاب روش حل سؤال برای بسیاری از داوطلبان کنکور ایجاد ابهام می کند) ارائه شده است. به عنوان مثال کلیه تستهای مربوط به محاسبه مشتق، یا انواع مختلف انتگرالها در ریاضی ۲ که اکثر دانشجویان در انتخاب نوع روش ممکن است دچار تردید شوند، در یک باکس و در کنار هم ارائه می شود. این دوره ۲۵ ساعت و شامل ۶ جلسه است که جلسه اول آن اختصاص به جمع بندی مهمترین مباحث در کنکور همه رشته ها یعنی انتگرال های ریاضی ۲ دارد. تکالیف این جلسه عبارت است از:

- تجزیه و تحلیل و حل تستهای ۱ تا ۳۱ که مربوط به انواع سوالات انتگرال دو گانه و سه گانه و خم و سطح می باشد.

توجه کنید که تستهای موجود در جزوه به صورت هدفمند و در جهت مرور نکات مهم در قالب حل حداقل تستهای ممکن گزینه شده اند. در گزینه سوالات با توجه به نزدیکی به کنکور و هدف جمع بندی و ارائه ساختار ذهنی برای حل تستها، سعی شده است که در اکثر موارد تستهای نکته دار و تیپ پر تکرار سوالات کنکور مورد بررسی قرار گیرند و در مواردی هم تستهای تألیفی با رعایت اهداف بالا در جزوه قرار گرفته است. بنابراین تعداد زیادی از تستها طوری طرح یا گزینه شده اند که برای حل آنها لازم است چندین نکته را استفاده نمایید و لذا برخی سوالات این جزوه (خصوصاً تستهای تألیفی) سوالات بالاتر از سطح متوسط هستند. بنابراین تلاش خود را در جهت یافتن روش حل درست هر سؤال انجام دهید و به هیچ عنوان زمان مشخص برای حل تستها در نظر نگیرید.<sup>۱</sup>

توجه داشته باشید که اگر سؤالی را توانستید با رد گزینه حل کنید، باید نسبت به حل تست با روش اصلی نیز اقدام نمایید.

هدف ما در کلاس تحلیل تستها و بیان نکات مربوط به حل هر تست و موارد مشابه خواهد بود.

برای آمادگی ذهنی بیشتر در کلاس توصیه می شود پس از مطالعه جزوه درسنامه (نمودار درختی) موجود در پنل کاربری و حداکثر یک روز قبل از شروع این جلسه نسبت به حل تستهای موجود در جزوه تکالیف اقدام نمایید.

- با استفاده از لینک <https://b2n.ir/ja1402> می توانید به ویدیو و جزوات کارگاه رایگان حل تستهای جامع ۱۳۹۶ تا ۱۴۰۰ رشته های

منتخب و کارگاه آنلاین تجزیه و تحلیل سوالات ریاضی در کنکور MBA سال ۱۴۰۱ دسترسی داشته باشید.

- در کانال آپارات [https://aparat.com/math\\_ghasi](https://aparat.com/math_ghasi) می توانید به صورت رایگان به ویدیوی آموزشی و حل تستهای منتخب

(بیش از ۱۵۰ تست) دسترسی داشته باشید.

- با استفاده از لینک <https://b2n.ir/mo1402> و کد تخفیف « PAYE10 » می توانید برای ثبت نام در دوره ۲۵ ساعته جمع بندی

ریاضی عمومی ۱ و ۲ اقدام نمایید.

- با استفاده از لینک <https://negareh.ac.ir/ghasi> می توانید به همه دوره های رایگان ریاضی عمومی و معادلات داشته باشید.

- برای مشاوره یا رفع اشکال از طریق ایمیل [masoudaghasi1395@gmail.com](mailto:masoudaghasi1395@gmail.com) یا آیدی تلگرام [@math\\_admin77](https://t.me/math_admin77) اقدام نمایید.

<sup>۱</sup> اگر اصرار دارید که تستها را با در نظر گرفتن زمان حل نمایید، میانگین زمان پیشنهادی برای تستهای این جلسه، ۱۸۰ ثانیه برای هر تست است. صرف نظر از اینکه در زمان پیشنهادی در حل تستها موفق یا ناموفق بودید، حتماً بدون محدودیت زمانی هم در جهت تجزیه و تحلیل و حل تستها اقدام نمایید.

طبقه بندی ۱ : سوالات مربوط به محاسبه انتگرال ۲ گانه و ۳ گانه و انتگرال روی خم و سطح

• لطفاً پس از مطالعه جزوه درسنامه ( نمودار درختی ) موجود در پنل کاربری نسبت به حل تستهای این جلسه اقدام بفرمایید.

۱. اگر  $D$  ناحیه محدود به مثلثی با رئوس  $(0, 0)$  و  $(2, \frac{1}{\sqrt{3}})$  و  $(2, 2)$  باشد، حاصل  $\iint_D \sqrt{x^2 - xy} dA$  کدام است؟ (مکانیک ۹۴)

(۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  (۳)  $\sqrt{3}$  (۴)  $2\sqrt{3}$

۲. اگر  $a$  و  $b$  اعداد ثابت مثبت باشند مقدار انتگرال  $I = \int_0^a \int_0^b e^{\max(b^2 x^2, a^2 y^2)} dy dx$  کدام است؟ (مکانیک ۹۵)

(۱)  $\frac{e^{a^2 b^2} - 1}{ab}$  (۲)  $\frac{e^{a^2 b^2} - 1}{2ab}$  (۳)  $\frac{2(e^{a^2 b^2} - 1)}{ab}$  (۴)  $e^{a^2 b^2} - 1$

۳. مقدار انتگرال  $\int_1^9 \int_{\sqrt{y}}^3 \frac{e^{x^2 - 2x}}{x+1} dx dy$  چقدر است؟ (ریاضی ۸۷، نفت ۹۱)

(۱)  $\frac{1}{4}(e^2 - e)$  (۲)  $\frac{1}{4}(e^2 - e^{-1})$  (۳)  $\frac{1}{4}(e + e^2)$  (۴)  $\frac{1}{4}(e^2 + e)$

۴. مقدار  $\iint_A \sqrt{1+x^2+y^2} dS$  روی ناحیه  $A = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x, y \geq 0\}$  کدام است؟ (MBA ۹۹)

(۱)  $\frac{\pi}{4}(5^{\frac{2}{3}} - 2^{\frac{2}{3}})$  (۲)  $\frac{\pi}{4}(2^{\frac{2}{3}} - 1)$  (۳)  $\frac{\pi}{3}(5^{\frac{2}{3}} - 2^{\frac{2}{3}})$  (۴)  $\frac{\pi}{3}(3^{\frac{2}{3}} - 1)$

۵. برای محاسبه حجم زیر رویه  $f(x, y) = \sqrt{k^2 - x^2 - y^2}$  در بالای ناحیه  $D$  در صفحه  $xy$  مجموع انتگرالهای

$$V = \int_0^{a \sin \gamma} \int_{\sqrt{a^2 - y^2}}^{\sqrt{b^2 - y^2}} f(x, y) dx dy + \int_{a \sin \gamma}^b \int_{y \cot \gamma}^{\sqrt{b^2 - y^2}} f(x, y) dx dy$$

به دست آمده است که در آن  $0 < \gamma < \frac{\pi}{4}$  و  $0 < a < b < k$

ثابت اند. حجم  $V$  کدام است؟ (مکانیک ۸۹)

(۱)  $\frac{\gamma}{3} \left( (k^2 - a^2)^{\frac{2}{3}} - (k^2 - b^2)^{\frac{2}{3}} \right) \sin \gamma$  (۲)  $\frac{1}{3} \left( (k^2 - a^2)^{\frac{2}{3}} - (k^2 - b^2)^{\frac{2}{3}} \right) \sin \gamma$   
 (۳)  $\frac{2\gamma}{3} \left( (k^2 - a^2)^{\frac{2}{3}} - (k^2 - b^2)^{\frac{2}{3}} \right)$  (۴)  $\frac{\gamma}{3} \left( (k^2 - b^2)^{\frac{2}{3}} - (k^2 - a^2)^{\frac{2}{3}} \right)$

۶. اگر  $R$  متوازی الاضلاع با رئوس  $(0, 0)$  و  $(1, 1)$  و  $(2, -1)$  و  $(3, 0)$  باشد، حاصل انتگرال  $\iint_R (x+2y)^2 e^{x-y} dA$  کدام است؟ (عمران ۹۴)

(۱)  $\frac{1}{9}(e^2 - 1)$  (۲)  $3(e^2 - 1)$  (۳)  $\frac{1}{9}(e^2 - 1)$  (۴)  $9(e^2 - 1)$

۷.  $T$  ناحیه داخل منحنی  $x^2 + xy + y^2 = 9$  در نظر بگیرید که در ربع اول صفحه مختصات قرار دارد. حاصل  $\iint_T \frac{dA}{\sqrt{x^2 + xy + y^2}}$

برابر است با: (۱)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{4}$  (۲)  $\pi\sqrt{3}$  (۳)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{4}$  (۴)  $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$

۸. مقدار انتگرال  $\iint_D \frac{\cos x}{\cos x + \cos y} dA$  که  $D$  ناحیه  $x^2 + y^2 \leq 1$  می باشد، کدام است؟ (عمران ۹۳)

(۱)  $\frac{\pi}{4}$  (۲)  $1$  (۳)  $\frac{\pi}{4}$  (۴)  $\pi$

۹. جسم محدود به صفحات  $y = 2z$  و  $x = 0$  و  $z = 1$  و استوانه  $x = \sqrt{y}$  در هر نقطه  $(x, y, z)$  دارای چگالی  $\delta = xe^{z^2}$  می باشد، جرم این جسم برابر است با:

(۱)  $\frac{2}{3}(e-1)$  (۲)  $2(e-1)$  (۳)  $\frac{1}{3}(e-1)$  (۴)  $\frac{4}{3}(e-1)$

۱۰. مرکز هندسی ناحیه محدود بین مخروط  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  و صفحه  $z = 1$  از صفحه  $xy$  چقدر فاصله دارد؟

(۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

۱۱. فرض کنید  $R$  ناحیه محصور بین دو رویه  $x^2 + y^2 + z^2 = z$  و  $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$  باشد که در شرط  $y \geq 0$  صدق می کند. حاصل انتگرال تابع  $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$  روی ناحیه  $R$  کدام گزینه است؟

(۱)  $\frac{3\pi}{4}$  (۲)  $\frac{3\pi}{2}$  (۳)  $\frac{\pi}{2}$  (۴)  $\pi$

۱۲. میانگین مربع فاصله نقاط داخل کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  از صفحه  $yz$  برابر است با:

(۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

۱۳. حاصل انتگرال تابع  $f(x, y, z) = \frac{1+x}{\sqrt{1+4z}}$  روی قسمتی از سهمی گون  $z = x^2 + y^2$  است که داخل استوانه  $x^2 + 2y^2 = 4$  قرار دارد، کدام گزینه می باشد؟

(۱)  $\sqrt{2}\pi$  (۲)  $2\pi$  (۳)  $2\sqrt{2}\pi$  (۴)  $4\pi$

۱۴. گشتاور دوم (گشتاور ماند) نقاط یک کره به مرکز مبدأ و شعاع یک که چگالی در همه نقاط آن عدد ثابت یک باشد، نسبت به محور  $x$  ها برابر است با:

(۱)  $\frac{4\pi}{3}$  (۲)  $\frac{8\pi}{15}$  (۳)  $\frac{4\pi}{15}$  (۴)  $\frac{8\pi}{3}$

۱۵. فرض کنید  $S$  رویه محدود کننده ناحیه بین دو کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  و  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  واقع در فضای  $x \geq 0$  و در پایین صفحه  $xy$  با قائمی برونسو باشد. انتگرال تابع  $\vec{F} = \frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$  روی سطح  $S$  برابر است با:

(۱)  $12\pi$  (۲)  $\frac{3\pi}{2}$  (۳)  $3\pi$  (۴)  $6\pi$

۱۶. حاصل انتگرال  $\iint_S \left( \frac{y^2}{x^2 + y^2 + z^2} \cos \beta + \frac{z^2}{x^2 + y^2 + z^2} \cos \gamma + \frac{x^2}{x^2 + y^2 + z^2} \cos \alpha \right) d\sigma$  بر کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$  با

فرض آنکه زاویه بردار یکه عمود و برونسو بر کره با جهت مثبت محورهای  $x$  و  $y$  و  $z$  به ترتیب برابر  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  باشد، برابر است با:

(۱)  $\frac{48\pi\sqrt{2}}{5}$  (۲)  $\frac{24\pi\sqrt{2}}{5}$  (۳)  $8\pi\sqrt{2}$  (۴) صفر

۱۷. شار برونسوی میدان  $\vec{F} = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})$  از مرز ناحیه محدود شده داخل کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 5$  و داخل رویه  $x^2 + z^2 = 2$  برابر است با:

(۱)  $2\pi$  (۲)  $4\pi$  (۳) صفر (۴)  $8\pi$

۱۸. فرض کنید  $\phi$  یک میدان اسکالر مخالف صفر باشد به طوری که  $\text{div}(\phi \nabla \phi) = 1 \circ \phi$  و  $|\nabla \phi|^2 = 4\phi$ . در این صورت با فرض اینکه  $S$  کره یکه به مرکز مبدأ مختصات و  $\vec{n}$  بردار یکه قائم خارجی آن باشد، مقدار  $\iint_S \frac{\partial \phi}{\partial n} dS$  برابر است با:

(ریاضی ۸۰، صنایع - آزاد ۸۶، مکانیک ۹۶)

(۱)  $14\pi$  (۲)  $8\pi$  (۳)  $6\pi$  (۴)  $4\pi$

۱۹. اگر  $S$  قسمتی از کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$  باشد که  $z \geq 1$  و قائم بر آن روبه به داخل باشد، حاصل انتگرال  $\iint_S (z \sin x - y) dx dz + z^2 \ln(y^2 + 1) dy dz + (xz + z) dx dy$  کدام است؟ (عمران ۹۵ : با کمی تغییر)

(۱) ۰ (۲)  $2\pi$  (۳)  $-2\pi$  (۴)  $3\pi$

۲۰.  $S$  را مرکز مکعب  $0 \leq x, y, z \leq 1$  بجز سقف آن (یعنی مربع واقع در صفحه  $z = 1$ ) می‌گیریم که قائم بر آن رو به بیرون سطح است. اگر  $F(x, y, z) = (e^x + yz + x, 3x + \sin y, e^{xz})$  حاصل  $\iint_S \text{curl } F \cdot d\vec{S}$  برابر است با:

(۱)  $-2$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $-3$

۲۱. مقدار انتگرال  $f(x, y, z) = xyz$  بر منحنی  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z = 3 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$  کدام است؟ (MBA ۹۸)

(۱) ۰ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۲۲. مقدار انتگرال  $\int_C y^2 dx + y dy$  که در آن  $C$  خم  $(\int_0^t \sin(x^2) dx, \sqrt{t})$  برای  $0 \leq t \leq \sqrt{\pi}$  می‌باشد، کدام است؟ (نساجی ۹۵)

(۱)  $\frac{\sqrt{\pi}}{4} - 1$  (۲)  $\sqrt{\pi} - \frac{1}{4}$

(۳)  $\frac{1}{4} + \sqrt{\pi}$  (۴)  $1 + \frac{\sqrt{\pi}}{4}$

۲۳. فرض کنید  $\vec{k} = (axy + az)$ ،  $\vec{j} = (axz + be^x \sin y)$ ،  $\vec{i} = (e^x \cos y + ayz)$ . به ازای چه مقادیری از  $a$  و  $b$  و  $c$  مقدار انتگرال  $\int \vec{F} \cdot d\vec{R}$  مستقل از مسیر است؟ (مکانیک ۸۷)

(۱)  $c = a = b = -1$  (۲)  $a = b = c = 1$

(۳)  $a = b = -1, c = 1$  (۴)  $a = c = -1, b = 1$

۲۴.  $c$  را قسمتی از بیضی  $x^2 + y^2 = 4$  و  $x \leq 0$  در نظر می‌گیریم که در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت پیموده می‌شود. حاصل  $\int_C (-\frac{y}{x^2 + y^2} + y \cos(xy) + 3x^2) dx + (\frac{x}{x^2 + y^2} + x \cos(xy) + 3\pi y^2) dy$  برابر است با:

(۱)  $-\pi$  (۲)  $3\pi$  (۳)  $2\pi$  (۴) صفر

۲۵. هرگاه  $c$  مثلثی با رئوس  $(0, 0)$  و  $(1, 0)$  و  $(0, 1)$  در جهت مثلثاتی باشد، مقدار انتگرال  $\oint_C xy dx + (x^2 + y^2) dy$  کدام است؟ (صنایع ۹۴)

(۱)  $\frac{1}{6}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{5}{6}$

۲۶.  $c$  را بیضی به معادله  $x^2 + \frac{y^2}{3} = 1$  در نظر می‌گیریم که یکبار در جهت حرکت عقربه‌های ساعت طی می‌شود. انتگرال تابع  $F(x, y) = (\frac{\sin y^2 - 3yx^2}{3x^2 + y^2} + \frac{2x}{x^2 + y^2}, \frac{e^y + xy^2}{3x^2 + y^2} + \frac{2y}{x^2 + y^2})$  روی خم  $c$  کدام است؟

(۱)  $-\pi\sqrt{3}$  (۲)  $-\frac{\pi}{3}$  (۳)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$  (۴) صفر

۲۷. خم  $c$  را قسمتی از دایره  $x^2 + y^2 = 2y$  و  $x \geq 0$  می‌گیریم که در جهت مثلثاتی پیموده می‌شود و  $T$  را بردار یک مماسی خم در نظر می‌گیریم. مقدار  $\int_C \vec{F} \cdot \vec{T} ds$  برای میدان برداری  $F(x, y) = (e^{y^2} - xy)\vec{i} + (2xye^{y^2} + 1)\vec{j}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{10}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $-\frac{4}{3}$

۲۸. اگر منحنی  $c$  توسط  $r(t) = (\cos t, \sin 2t, \cos 2t)$ ,  $t \in [0, 2\pi]$  توصیف شده و  $F(x, y, z) = (e^{x^2}, y^2 + \frac{2z+y}{y^2+z^2}, z^4 + \frac{-3y+z}{y^2+z^2})$  باشد، آنگاه  $\int_c F \cdot dr$  کدام است؟  
(ژئوفیزیک و هواشناسی، فلسفه علم، علوم و محیط زیست، اقیانوس شناسی فیزیکی ۹۸: با کمی تغییر)

- (۱)  $6\pi$  (۲)  $-12\pi$  (۳)  $-6\pi$  (۴)  $12\pi$

۲۹. کار میدان نیروی  $F(x, y, z) = \frac{z-y}{4x^2+9y^2} \vec{i} + \frac{x+yz}{4x^2+9y^2} \vec{j} + (e^{x^2} + z^2) \vec{k}$  روی ستاره گون  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$  که یک بار در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت طی می شود، برابر است با:

- (۱)  $\frac{\pi}{6}$  (۲)  $\frac{\pi}{3}$  (۳) صفر (۴)  $12\pi$

۳۰. اگر  $S$  بخشی از رویه  $z = 1 - x^2$  و  $0 \leq x \leq 1$  و  $-2 \leq y \leq 2$  و  $C$  مرز این رویه در جهت مثبت و  $\vec{F}(x, y, z) = (y, y, z)$  باشد، آنگاه مقدار  $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  کدام است؟  
(مکانیک ۹۹)

- (۱)  $-\frac{7}{3}$  (۲)  $-4$  (۳)  $-\frac{15}{4}$  (۴)  $-\frac{17}{4}$

۳۱. چنانچه  $c$  مقطع مشترک صفحه  $x + y + z = 0$  و سطح  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  باشد، مقدار انتگرال  $\oint_c y dx + z dy + x dz$  در کدام گزینه محاسبه شده است؟  
(هوافضا - آزاد ۹۳)

- (۱)  $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$  (۲)  $4\pi\sqrt{3}$  (۳)  $4\pi$  (۴)  $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$