



جزوه کار در کلاس

# ریاضی عمومی ۱ و ۲

(برای کلاس های آنلاین ۱۴۰۲)

قابل استفاده برای داوطلبان کنکور کارشناسی ارشد و دکتری

مسعود آغاسی



[https://t.me/math\\_equation](https://t.me/math_equation)



[www.m-aghasi.ir](http://www.m-aghasi.ir)



[masoudaghasi1395@gmail.com](mailto:masoudaghasi1395@gmail.com)



انتشارات نگاه دانش

سرشناسه	: آقاسی، مسعود
عنوان و نام پدیدآور	: جزوه کار در کلاس ریاضی عمومی ۱ و ۲ ... قابل استفاده برای داوطلبان کنکور کارشناسی ارشد و دکتری / مسعود آقاسی
مشخصات نشر	: تهران: نگاه دانش، ۱۳۹۷
مشخصات ظاهری	: ۲۳۸ ص: ۵/۲۸×۲۱ س م
شابک	: ۹۷۸-۹۶۴-۱۵۷-۲۶۲-۶
وضعیت فهرست‌نویسی	: فیپا
یادداشت	: چاپ دهم
یادداشت	: چاپ قبلی: نگاه دانش، ۱۳۹۳
موضوع	: ریاضیات--آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی)
موضوع	: ریاضیات--مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
موضوع	: ریاضیات--راهنمای آموزشی (عالی)
رده‌بندی کنگره	: ۱۳۹۷ ج ۴ / آ ۶۷ / ۲ / آ ۳۷ / ۲ QA۳۷/۲/آ۶۷/۲
رده‌بندی دیویی	: ۵۱۰/۷۶
شماره کتابشناسی ملی	: ۵۲۷۵۱۵۶

**هدفمند بخوانید**  
 خرید الکترونیکی کتاب‌های نگاه دانش  
[www.negahedanesh.com](http://www.negahedanesh.com)  
 (فهار کتاب‌های نگاه دانش)  
[Telegram.me/negahedanesh](https://t.me/negahedanesh)

تمامی حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به انتشارات نگاه دانش می‌باشد و استفاده از مطالب آن به هر نحو ممکن اعم از تکثیر چاپی یا دیجیتال، خلاصه‌نویسی کتاب، استفاده از سؤالات و تست‌های آن در تدوین کتاب یا جزوه، یا هر شکل دیگری توسط اشخاص حقیقی یا حقوقی ممنوع می‌باشد و مورد پیگرد حقوقی و قانونی قرار خواهد گرفت. هر نوع استفاده از این کتاب فقط با مجوز کتبی ناشر مجاز می‌باشد.



## انتشارات نگاه دانش

جزوه کار در کلاس آنلاین ریاضی عمومی ۱ و ۲	♦ نام کتاب:
مسعود آقاسی	♦ مؤلف:
نگاه دانش	♦ ناشر:
نگاه دانش	♦ طراحي:
کبری صابری	♦ حرف‌نگاری، صفحه‌آرایی (نگاه دانش):
باختر / شاهین	♦ لیتوگرافی / چاپ و صحافی:
۹۷۸-۹۶۴-۱۵۷-۲۶۲-۶	♦ شابک:

**توجه:** کلیه حقوق این اثر برای ناشر محفوظ است و هیچ شخص حقیقی و حقوقی حق چاپ و برداشت تمام یا قسمتی از اثر را به صورت چاپ، فتوکپی، جزوه و حتی دست‌نویس ندارد و متخلفین به موجب بند ۵ از ماده ۲ قانون حمایت از ناشرین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرد.

انتشارات نگاه دانش: انقلاب- خ ۱۲ فروردین- ساختمان ناشران پلاک ۲۷۱- طبقه ۲- واحد ۴

تلفن: ۶۶۹۵۴۸۹۲

تلفکس: ۶۶۴۸۶۱۵۴

تأیید می‌کنیم آن سرچشمه علم و فضیلت را که قدرت آموختن و آموزش را به من عطا فرمود.

«پژوه کار در کلاس ریاضی عمومی ۱ و ۲» که پیش روی شماست بر اساس مطالبی است که با توجه به کتاب‌های ریاضی عمومی ۱ و ریاضی عمومی ۲ از سال ۱۳۷۸ در کلاس تدریس نموده‌ام و طی این سال‌ها تکمیل و به‌روزرسانی شده است و قرار است در کلاس‌های درس سال جاری از آن استفاده نمایم. نسخه‌های مقدماتی این پژوه که به صورت دستنویس دانشجویان شرکت‌کننده سال‌های گذشته در کلاس می‌باشد، در اینترنت یا انتشارات مؤسسات مختلف به صورت تأیید نشده و بدون هیچ مجوزی و تأییدی از جانب من موجود است. اما تقاضای دانشجویان شرکت‌کننده در کلاس مرا متقاعد نمود که جهت بالا رفتن کارایی دانشجویان در کلاس، به فضای کپی کردن بدون مجوز پژوه کلاسی پایان دهم و این پژوه را تدوین نمایم. در این پژوه مطالب درسی، نکات و صورت سؤالات آورده شده است و لذا دانشجویان فقط در کلاس ملزم به نوشتن پاسخ سؤالات می‌باشند و در نتیجه این کار فستگی ناشی از نوشتن مطالب توسط دانشجویان کلاس را حداقل ۵۰٪ کاهش می‌دهد (و عرس می‌زنم هرود ۱۰٪ فشار بیشتری به من در کلاس برای تطبیق خودم با متن موجود در این پژوه، وارد نمایند!)

پژوه حاضر با کمی تغییرات تحت عنوان «پژوه کلاسی ریاضی ۱ و ۲» بر اساس مطالب تدریس شده در سال ۹۷ با پاسخ‌های سؤالات نیز نوشته شده و توسط انتشارات نگاه دانش منتشر شده است؛ که تفاوت اساسی آن با پژوه حاضر (برای تدریس در سال ۱۴۰۲ برای کنکور ارشد و دکتری ۱۴۰۳) آن است که برقی سؤالات کنکورهای ۹۸ تا ۱۴۰۲ به آن اضافه شده یا جایگزین سؤالات قدیمی شده‌اند. این پژوه (پژوه کار در کلاس) چه تفاوت‌هایی با جزوات دستنویس موجود در مؤسسات یا فایل‌های pdf موجود در اینترنت (که آن را نسخه ۹۲ می‌نامم) و هیچ‌گاه نیز مورد تأیید من قرار نگرفته، دارد؟

(۱) جزوات دستنویس بر اساس مطالب تدریس شده در سال ۹۲ یا قبل از آن است، اما در پژوه حاضر برقی سؤالات تغییر کرده و به جای آن سؤالات ۱۳۹۳ تا ۱۴۰۲ قرار گرفته که هروداً ۷۰٪ سؤالات را شامل می‌شوند.

(۲) به دلیل وجود صورت سؤال و متن درس در پژوه، راندمان کلاس بالاتر رفته و ما وقت بیشتری برای حل سؤالات یا توضیح بیشتر روی مطالب داریم و بر این اساس هرود ۲۰٪ سؤال، مطلب یا توضیح نسبت به نسخه ۹۲ اضافه شده است.

(۳) مقدار زیادی از مطالب درسی که تا سال گذشته در کلاس بیان می‌شد اما نوشته نمی‌شده (یا برقی از آنها را دانشجو به روایت خود- و در موارد زیادی ناقص و همراه با توضیحات نادرست- در پژوه دستنویس خود اضافه می‌کرد.) در این پژوه نوشته شده، کافی است مثلاً صفحه ۱۳ یا هر صفحه دیگر این پژوه را با آنچه در اینترنت یا انتشارات مؤسسات است مقایسه نمایم.

(۴) بسیاری از پژوه‌های دستنویس دارای فط ناهوانا یا در برقی موارد ناقص و دارای پراکندگی مطالب هستند و بیشتر تفسیر دانشجو از مطالب تدریس شده در کلاس است که غالباً هم اشتباه نوشته شده‌اند و با آنچه من در کلاس تدریس کرده‌ام متفاوت است!!

(۵) تنها مزیت دستنویس‌ها آن است که حل سؤالات را دارد که آن هم نامرتب، ناقص و به ندرت دارای توضیحاتی است که در کلاس داده می‌شود و دانشجو فرصت یا توانایی نوشتن آن را ندارد (ضمناً در کلاس دانشجویی که در ابتدای کلاس یا انتهای کلاس نشسته‌اند، به دلیل نوع دید و فاصله آنها نسبت به تخته پژوه‌هایی متفاوت دارند!!) که این مورد هم در کتابی تحت عنوان «پژوه کلاسی ریاضی عمومی ۱ و ۲» با توضیحاتی کامل‌تر از آنچه دانشجویان برای حل سؤالات در کلاس می‌نویسند، پوشش داده شده است.

به هر حال این جزوه برای تسهیل کار شما در کلاس تدریس شده و در نوشتن آن از هیچ یک از دستنویس‌هایی که برقی دانشجویان لطف کرده و برای کمک به من در جهت تدریس این جزوه، برایم فرستاده بودند استفاده نشده و در کل زمان نوشتن آن من سعی کردم خود را در فضای کلاسی که یکماه دیگر شروع می‌شود قرار داده و تمام توضیحات را به یاد آورم و بر اساس آن جزوه را بنویسم که در برقی موارد واقعاً کار سفتی بود و به همین دلیل هیچگاه نتوانستم تمام توضیحاتی که در کلاس می‌دهم (و مسلماً در هیچ دستنویسی موجود نیست) را بنویسم. اما همان‌طور که در جلسه اول و در قسمت «راهنمای شرکت در کلاس» همین جزوه توضیح داده می‌شود، **این جزوه برای آن است که مطالب درسی از کتاب مطالعه نشود و لذا این جزوه به تنهایی به هیچ عنوان کافی نیست و حل تست‌ها و مثال‌های جلد اول کتاب در دوره‌ای که با من کلاس دارید و حل تست‌های جلد ۲ و ۳ پس از کلاس «که در جلسه آخر توضیح دقیق در این مورد می‌دهم» الزامی است.**

وظیفه خود می‌دانم از تلاش‌های فائق‌الکبری صابری برای عروفتینی این جزوه و فائق‌الکبری برای طراحی جلد، مدیریت مقرر و کارمندان انتشارات نگاه دانش برای چاپ و نشر این جزوه و بالاخره همسر و دختر عزیزم که تمام اوقاتی که برای تهیه این کتاب صرف کردم، به آنها تعلق داشته، تشکر و قدردانی نمایم.

**مسعود آقاسی**

**بهار ۱۴۰۲**

**[www.m-aghasi.ir](http://www.m-aghasi.ir)**

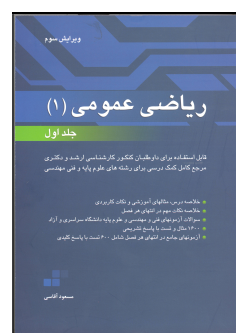
**[https://telegram.me/math\\_equation](https://telegram.me/math_equation)**



## راهنمای شرکت در کلاس آنلاین

برای دوره آنلاین درس ریاضی عمومی در سال ۱۴۰۲ (در دوره ۱۵+۱۰۰ ساعتی موسسه نگاره که شامل ۲ جلسه در هر هفته است) برای کنکور کارشناسی ارشد و دکتری به مراجع زیر نیاز دارید:

- ۱) ریاضی عمومی ۱ (جلد اول) - ویرایش سوم (انتشارات: نگاه دانش، مؤلف: مسعود آقاسی)  
۲) ریاضی عمومی ۲ (جلد اول) - ویرایش سوم (انتشارات: نگاه دانش، مؤلف: مسعود آقاسی)



جلد اول کتاب‌ها شامل درس و نکته و تست و جلدهای بعدی فقط شامل تست با پاسخ‌های تشریحی (تست‌های سال ۱۳۸۳ تا ۱۴۰۲) رشته‌های مختلف در کنکور ارشد و دکتری است و بنابراین **باید در پایان دوره کلاسی و برای مرور و یادآوری مطالب درسی و تثبیت و تسلط مورد استفاده قرار گیرد.** در این کلاس مطالب از روی جلد اول مراجع بالا تدریس می‌شوند اما در برخی موارد تست‌هایی از جلد دوم نیز حل می‌گردند.

### آنچه برای استفاده مفید از کلاس باید انجام دهید.

- برای استفاده مفید از کلاسی که در آن شرکت می‌کنید، ابتدا لازم است که اطلاعاتی در مورد ساختار جلد اول داشته باشید. هر فصل از جلد اول ریاضی ۱ و ۲ از پنج قسمت تشکیل شده است.<sup>۱</sup>
- قسمت اول **که فصل با آن شروع شده و به خلاصه نکات مهم ختم می‌شود** و شامل درس و مثال و تست است. (مثلاً در فصل ۲ از صفحه ۶۱ تا ۹۴)
  - قسمت دوم که تست‌های تکمیلی سطح ۱ (تست‌های ساده و متوسط) است. (مثلاً در فصل ۲ از صفحه ۹۵ تا ۱۰۸)
  - قسمت سوم که تست‌های تکمیلی سطح ۲ (تست‌های سخت) است. (مثلاً در فصل ۲ از صفحه ۱۰۹ تا ۱۱۸)
  - قسمت چهارم که خودآزمایی سطح ۱ (تست‌های ساده و متوسط) است. (مثلاً در فصل ۲ از صفحه ۱۱۹ تا ۱۲۲)
  - قسمت پنجم که خودآزمایی سطح ۲ (تست‌های سخت) است. (مثلاً در فصل ۲ از صفحه ۱۲۳ تا ۱۲۴)

<sup>۱</sup> برای اطلاعات کامل‌تر به «راهنمای مطالعه کتاب» در مقدمه جلد اول ریاضی ۱ یا ریاضی ۲ مراجعه نمایید.

پس از پایان هر جلسه از کلاس برای جلسه بعدی کلاس موارد زیر را انجام دهید

**مرحله ۱.** مطالب تدریس شده در کلاس را از روی جزوه خود به دقت مطالعه نمایید. در این قسمت نیازی به حل تستهای موجود در جزوه که در کلاس حل شده اند، نخواهید داشت و **مرور درسنامه و تستهای حل شده، کافی است.**

**مرحله ۲.** **(تکالیف اجباری) همه مثال و تستهای مربوط به هر مبحث را از قسمت اول کتاب حل کنید.** مثال و تستها را ابتدا خودتان حل کنید (بدون آنکه خود را ملزم به در نظر گرفتن زمان برای حل آنها نمایید) سپس به پاسخ کتاب مراجعه نمایید. توجه کنید که سؤالات مطرح شده در قسمت اول، سؤالات آموزشی هستند و برخی از آنها (خصوصاً سؤالاتی که دارای «کادر سایه‌دار» هستند) دارای ایده یا نکات خاصی برای حل هستند و لذا ممکن است قادر به پاسخگویی به آنها نباشید و بنابراین مرور پاسخ آنها برای یاد گرفتن ایده‌های حل سؤال کافی است.

**توجه ۱.** اگر وقت کافی برای حل همه تکالیف اجباری ندارید، سؤالات مشخص شده در لینک «تکالیف فوق اجباری کلاس ریاضی» در صفحه اول سایت [www.m-aghasi.ir](http://www.m-aghasi.ir) یا لینک مستقیم <https://b2n.ir/taklif1403> را حل کنید.

**مرحله ۳.** یک مرور کلی و سریع (**بیش مطالعه**) روی مطالبی که قرار است در جلسه بعدی کلاس تدریس شود، داشته باشید.

**مرحله ۴.** **(تکالیف اختیاری)** در صورت داشتن وقت، سؤالات قسمت دوم تا پنجم را (به ترتیب) حل نمایید.

**توجه ۲.** اغلب مطالب مهم در جزوه کار در کلاس، وجود دارند و لذا:

نیازی به مطالعه درس کتاب در قسمت اول هر فصل نمی‌باشد.

**توجه ۳:** مراحل ۱ و ۲ و ۳ اجباری هستند و هر جلسه باید انجام شوند و به طور میانگین حدوداً دو برابر زمانی که در کلاس تدریس شده‌اند، باید برای آنها وقت بگذارید.<sup>۲</sup> اما مرحله ۴ (حل تستهای تکمیلی و خودآزمایی هر فصل) اختیاری است و **فقط در صورتی که وقت اضافه داشتید، آن را انجام دهید.**

### توضیح در مورد فصل اول ریاضی عمومی ۱

فصل اول ریاضی ۱ (تابع) در کلاس تدریس نمی‌شود و برخی مطالب مهم آن ضمن حل چند تست مورد بررسی قرار می‌گیرند. این فصل پیشنهاد سایر فصول است **اما نیازی نیست که کلیه روابط و فرمول‌های بیان شده در این فصل را حفظ نمایید.** دانستن کلیات این فصل برای حل اکثر سؤالات آن کافی خواهد بود. **لیستی از مهم‌ترین مطالب و فرمول‌های لازم در این فصل در صفحه ۴۳ و ۴۴ کتاب به عنوان خلاصه نکات مهم گردآوری شده است. مطالعه این موارد و مرور سریع مطالب بیان شده در این فصل کافی هستند.** ضمناً نیازی به حل تمامی تست‌ها و مثال‌های موجود در این فصل نمی‌باشد.

۱ به طور کلی برای حل هیچ یک از تست‌های جلد اول کتاب نیازی به در نظر گرفتن زمان برای حل سؤال نیست. شما فعلاً در مرحله آموزش هستید و باید حین حل تست‌های جلد اول قدرت تفکر و تجزیه و تحلیل و تجربه خود را در حل سؤالات بالا ببرید. پس از اتمام کلاس برای بالا بردن سرعت حل تست و مرور مطالب باید تست‌های جلد دوم و سوم را با در نظر گرفتن زمان حل نمایید که در جلسه آخر کلاس در این مورد توضیحات کافی ارائه می‌گردد.

۲ چنانچه فاصله بین دو جلسه کلاس کمتر از ۲ روز باشد، برای جلسه بعدی فقط مراحل ۱ و ۳ را انجام دهید و مرحله ۲ را برای هفته بعدی کلاس انجام دهید.

تست‌ها و مثال‌های مهم‌تر برای فصل ۱ و مطالب مهم و حذفی برای سایر فصول در منوی «اطلاعات مهم کنکور» ← روش بهینه مطالعه ریاضی عمومی» در صفحه نخست از سایت [www.m-aghasi.ir](http://www.m-aghasi.ir) و پنل کاربری شما (تب فایل‌های قابل دانلود) قرار داده شده‌اند.

برای کلاس آنلاین ریاضی عمومی، **۱۵ ساعت تدریس ریاضی پایه** در نظر گرفته شده که کلیه دانشجویان می‌توانند به ویدیوها و جزوه‌های ریاضی پایه (۴ جزوه و ۹ ویدیو) از طریق **پنل کاربری (منوی فایل‌های قابل دانلود)** یا لینک مستقیم <https://b2n.ir/ta1402> دسترسی پیدا کنند.

### بودجه‌بندی سؤالات ریاضی عمومی در کنکور

یکی از مواردی که اکثر دانشجویان در مورد آن سؤال می‌پرسند، تعداد تست‌هایی است که از هر یک از فصل‌های ریاضی عمومی در کنکور مطرح می‌شود. واقعیت آن است که **سازمان سنجش قاعده مشخصی را در مورد تعداد تست‌های هر فصل رعایت نمی‌کند**. ممکن است از فصل خاصی در چندین سال متوالی مستقیماً سؤال مطرح نشود، ولی در این مورد نباید باعث شود که برای کنکور سال جاری آن فصل را حذف نمایید.<sup>۱</sup>

به عنوان مثال فصل ۷ ریاضی (۱) یعنی دنباله و سری را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

مستقل از اینکه در کنکور چه رشته‌ای شرکت می‌کنید، یکی از مهمترین قسمت‌های ریاضی عمومی فصل دنباله و سری است. این فصل در کلاس در ۲/۵ جلسه تدریس می‌شود و حدود ۱۲ درصد وقت ما را در کلاس به خود اختصاص می‌دهد. این فصل که یکی از فصول نسبتاً سخت درس ریاضی است، تقریباً ایزوله است و در سایر فصول کاربردی ندارد (گرچه برای حل سؤالات این فصل دانستن کلیاتی از همه فصول دیگر ریاضی (۱) مورد نیاز است) تعداد سؤالات و درصد آنها نسبت به مجموع سؤالات ریاضی عمومی ۱ و ۲ در کنکور سال‌های ۱۳۹۱ تا ۱۴۰۲ برای برخی رشته‌ها به صورت زیر است:

رشته	کنکور ۱۳۹۱	کنکور ۱۳۹۲	کنکور ۱۳۹۳	کنکور ۱۳۹۴	کنکور ۱۳۹۵	کنکور ۱۳۹۶	کنکور ۱۳۹۷	کنکور ۱۳۹۸	کنکور ۱۳۹۹	کنکور ۱۴۰۰	کنکور ۱۴۰۱	کنکور ۱۴۰۲
MBA	تعداد سؤال مطرح شده	۴	۲	۵	۱	۳	۴	۴	۳	۱	۱	۳
	درصد نسبت به کل ریاضی عمومی	۱۳/۳٪	۶/۶٪	۱۶/۶٪	۳/۳٪	۱۱٪	۱۳/۳٪	۱۳/۳٪	۱۳/۳٪	۱۰٪	۳/۳٪	۱۰٪
صنایع	تعداد سؤال مطرح شده	۴	۱	۳	۴	۳	۴	۳	۲	۲	۴	۲
	درصد نسبت به کل ریاضی عمومی	۲۰٪	۵٪	۱۵٪	۲۰٪	۱۵٪	۲۰٪	۱۵٪	۲۰٪	۱۰٪	۲۰٪	۱۰٪
عمران	تعداد سؤال مطرح شده	۲	۱	۱	۱	۱	۲	۲	۱	۱	۱	۲
	درصد نسبت به کل ریاضی عمومی	۲۰٪	۱۰٪	۱۰٪	۱۰٪	۱۰٪	۲۰٪	۲۰٪	۱۰٪	۱۰٪	۱۰٪	۲۰٪
مکانیک	تعداد سؤال مطرح شده	۱	۳	-	۱	۱	۲	۳	۲	۲	۳	۱
	درصد نسبت به کل ریاضی عمومی	۱۰٪	۳۳/۳٪	-	۱۰٪	۱۰٪	۲۰٪	۳۰٪	۲۰٪	۲۰٪	۳۰٪	۱۰٪
مواد	تعداد سؤال مطرح شده	۱	۲	۱	۲	۳	۱	۱	۲	۱	۲	۲
	درصد نسبت به کل ریاضی عمومی	۱۱٪	۲۰٪	۱۲/۵٪	۲۰٪	۲۷٪	۱۰٪	۱۰٪	۲۰٪	۱۰٪	۲۰٪	۲۰٪
کامپیوتر	تعداد سؤال مطرح شده	-	-	-	-	-	۱	۱	۱	-	۱	۱
	درصد نسبت به کل ریاضی عمومی	-	-	-	-	-	۱۲/۵٪	۱۲/۵٪	۱۷٪	-	۱۷٪	۱۴٪

<sup>۱</sup> خصوصاً در اکثر رشته‌ها از جمله عمران و مکانیک و صنایع و MBA سبک سؤالات در سال‌های اخیر تغییرات محسوس داشته است.

جدول بالا نشان می‌دهد که قاعده خاصی در مورد تعداد سؤالات یک فصل وجود ندارد و مطمئناً بررسی سایر فصول در مورد هر رشته‌ای نیز همین نتیجه را خواهد داشت. بنابراین:

**کلیه مطالبی که در کلاس تدریس می‌شوند را برای کنکور مطالعه نمایید** ولی چنانچه مطلبی در کنکور رشته شما به دفعات مورد سؤال بوده است، به آن توجه بیشتری نموده و در زمان نزدیک به کنکور سؤالات بیشتری از آن مبحث را حل نمایید. برای دستیابی به بودجه‌بندی سؤالات کنکور یعنی جدول بالا به صورت کامل‌تر برای کلیه رشته‌ها در سال‌های ۱۳۸۵ تا ۱۴۰۲ به منوی «بودجه‌بندی سؤالات کنکور» در صفحه نخست از سایت [www.m-aghasi.ir](http://www.m-aghasi.ir) مراجعه نمایید.

برای بررسی بودجه‌بندی و مباحث مهم رشته‌های مختلف در دهه ۹۰ و برنامه‌ریزی مطالعاتی با استفاده از لینک <https://b2n.ir/wb1403> به ویدیو و جزوه همایش آنلاین «روش بهینه مطالعه ریاضی عمومی ۱ و ۲ در فاز اول» دسترسی خواهید داشت. برای دریافت لینک بالا به صورت فعال به کانال [@math\\_equation](https://t.me/math_equation) یا صفحه اول سایت مراجعه نمایید.

### مراحل مطالعه ریاضی عمومی در کلاس آنلاین برای کنکور

#### مرحله اول (مرحله مطالعه مقدماتی یا پیش مطالعه)

در این مرحله قبل از حضور در یک جلسه از کلاس باید مطالبی که قرار است در آن جلسه تدریس شود را از کتاب یا جزوه مرور سریع نمایید تا مطالب برای شما یادآوری گردد.

#### مرحله دوم (مرحله آموزش)

مطالبی که در کلاس تدریس شده را از جزوه بخوانید و تست و مثال‌های موجود در قسمت اول جلد اول کتاب را بدون در نظر گرفتن زمانبندی حل نمایید.

#### مرحله سوم (مرحله مرور و تثبیت و تمرین بیشتر)

در صورت داشتن وقت پس از پایان هر فصل، خلاصه نکات مهم را در انتهای هر فصل خوانده و **تست تکمیلی** حل نمایید اگر برای این مرحله همزمان با کلاس وقت ندارید طبق برنامه‌ای که در جلسه آخر کلاس اعلام می‌کنم و از طریق کانال «آموزش مجازی ریاضی و معادلات» [https://telegram.me/math\\_equation](https://telegram.me/math_equation) پشتیبانی می‌شود، برای حل تست تکمیلی اقدام نمایید.

#### مرحله چهارم (مرحله ارزیابی و تسلط)

پس از پایان جلد اول ریاضی ۱ و ۲ (و پایان یافتن دوره کلاس درس و تست) طبق برنامه اعلام شده در جلسه آخر (و همایش آنلاین و توضیحات تکمیلی کانال) تست‌های جلد دوم و سوم را حل نمایید.

#### مرحله پنجم (مرحله جمع بندی و بالا بردن درصد و مهارت حل تست و تسلط بیشتر)

در صورت تمایل در **کلاس‌های نکته و تست آنلاین ۵۰ ساعتی** که آذرماه ۱۴۰۲ برگزار می‌شود (کسب اطلاعات و ثبت نام از طریق لینک <https://b2n.ir/te1403>) یا کلاس جمع بندی ۲۵ ساعتی که بهمن ماه ۱۴۰۲ برگزار می‌شود (کسب اطلاعات و ثبت نام از طریق لینک <https://b2n.ir/mo1403>) شرکت نمایید.

## فهرست مطالب

بخش اول. ریاضی عمومی ۱ « بر اساس سرفصل‌های کتاب ریاضی عمومی ۱- جلد اول- ویرایش ۳ »

۱۳	تابع	فصل ۱
		معرفی تابع، تابع معکوس، توابع مثلثاتی، لگاریتم‌ها، توابع نمایی و لگاریتمی، قدر مطلق، جز صمیم، توابع هیپربولیک
۱۷	حد و پیوستگی	فصل ۲
		معادله حد، انواع حالات مبهم، جانب، پیوستگی
۳۱	مشتق	فصل ۳
		تعریف مشتق، معادله مشتق (لگاریتمی، تابع وارون، پارامتریک ضمنی)، مشتق مراتب بالا، خط مماس و قائم، اکسترمم نسبی و مطلق، بسینده سازی
		کمیت‌ها وابسته، فرایند نمایی، دیفرانسیل و تقریب فطر، قاعده هوییتال، قضیه رُل و مقدار میانگین
۵۱	انتهگرال	فصل ۴
		انتهگرال‌ها نامعین و روش‌های معین، معادله حد با انتهگرال معین، انتهگرال ناسره، تابع گاما و بتا، کاربردها انتهگرال (مساحت، حجم، طول قوس و سطح جانبی، مرکز هندسه، قضایای یوسو منحنی پارامتریک)
۹۱	مفصلات قطب	فصل ۵
		تعریف مفصلات قطب، منحنی پارامتریک سوالات کاربرد مشتق، مساحت، طول قوس و سطح جانبی
۹۹	اعداد مفصل	فصل ۶
		تعریف اعداد مفصل، نمایش قطب، مکان هندسه در صفحه مفصل
۱۰۹	دنباله و سر	فصل ۷
		تعریف دنباله، روش‌های معادله حد، سر تسکویر و هندسه، آزمون‌های همگرایی و واگرایی سرها، سر توانی، سر ریک لورن و تیلور
بخش دوم. ریاضی عمومی ۲ « بر اساس سرفصل‌های کتاب ریاضی عمومی ۲- جلد اول- ویرایش ۳ »		
۱۳۷	جبر فطر و هندسه تحلیلی	فصل ۱
		ماتریس‌ها، ماتریس وارون، دترمینان، بردارها و ضرب بیخ آنها، معادله خط و صفحه، دستگاه‌های فطر، مستقل و وابستگی بردارها، رتبه، مقدار ویژه و بردار ویژه
۱۴۹	ضم و سطح	فصل ۲
		ضم پارامتریک کعب فرنی، انحنای تابع، مشتق از ضرب بیخ بردارها، سطوح و انواع آنها
۱۵۹	توابع چندمتغیره	فصل ۳
		معرفی توابع چندمتغیره، حد و پیوستگی، مشتق پارته از مشتق یزیرک مشتق جهت، کاربردها هندسه بردارگرادیان، مشتق زنجیره‌ای، دیفرانسیل و تقریب فطر، مشتق ضمنی، کاربردها مشتق شامل اکسترمم نسبی، روش‌های لاکرانز، اکسترمم مطلق و رانجیم
۱۸۹	انتهگرال دوگانه و سه‌گانه	فصل ۴
		انتهگرال دوگانه دکارتی، قطب، تغییر متغیر در دوگانه، انتهگرال سه‌گانه دکارتی، استوانه‌ای کره و سایر تغییر متغیرها، کاربردها انتهگرال
۲۱۳	انتهگرال رورضم و سطح	فصل ۵
		انتهگرال رورضم (نوع اول)، میدانه بردار، انتهگرال کار، میدانه ابقایر، میدانه‌های ضاهل، قضیه گرین، انتهگرال اسکالر رورسطح، انتهگرال شار رورسطح، قضیه دیورانس، قضیه استوکس



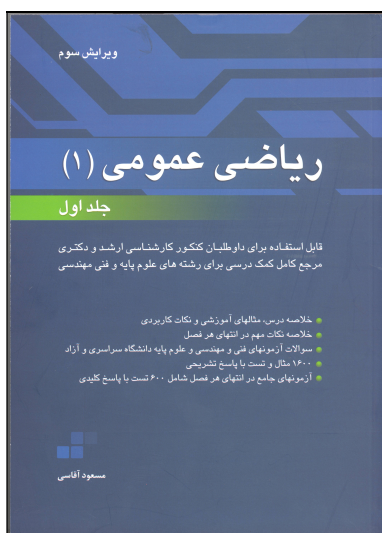
# بخش اول

## ریاضی عمومی (۱)

مربع زیر برای حل تکالیف درس ریاضی عمومی (۱) مورد استفاده قرار می‌گیرد و لذا آن را تهیه نمایید.

کتاب ریاضی ۱ جلد اول:

شامل درس، نکته و مثال و تست تألیفی همراه با تست کنکور ۷۲ الی ۸۲ با طبقه‌بندی منحصر به فرد و خودآزمایی درجه‌بندی شده در هر فصل



## برنامه دوره های ریاضی عمومی و معادلات آنلاین برای کنکور ۱۴۰۳

برای ثبت نام در کلاسهای آنلاین (ویژه کنکور ۱۴۰۳) می توانید از لینک های زیر استفاده نمایید:

<https://b2n.ir/da1403>

➤ کلاس درس و تست ۱۰۰+۱۵ ساعتی ریاضی عمومی

<https://b2n.ir/te1403>

➤ کلاس نکته و تست ۵۰ ساعتی ریاضی عمومی

<https://b2n.ir/mo1403>

➤ جمع بندی ریاضی عمومی ۲۵ ساعتی (بر اساس باکس مطالب مشابه)

<https://b2n.ir/pa1403>

➤ پکیج کلاس درس+نکته+جمع بندی ۱۹۰ ساعتی ریاضی عمومی

<https://b2n.ir/ta1402>

➤ ویدیو و جزوه رایگان تدریس ریاضی پایه در ۱۵ ساعت

<https://b2n.ir/eq1403>

➤ کلاس درس و تست ۵۰ ساعتی معادلات دیفرانسیل

<https://b2n.ir/fe1402>

➤ ویدیو و جزوه درس و تست فشرده ۵۰+۱۶ ساعتی ریاضی عمومی

<https://b2n.ir/wb1403>

➤ وینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی عمومی (فاز اول) برای کنکور ۱۴۰۳

<https://b2n.ir/wbb1403>

➤ وینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز ۲ و ۳) برای کنکور ۱۴۰۳

<https://b2n.ir/ja1402>

➤ کارگاه رایگان حل تست جامع ریاضی (تستهای کنکور ۹۶ به بعد رشته های مختلف)

<https://b2n.ir/fd1403>

➤ جلسه اول کلاس درس و تست ریاضی عمومی (رایگان)

<https://b2n.ir/fm1402>

➤ کارگاه رایگان تدریس اعداد مختلط (جلسه ۹ کلاس درس و تست)

✓ پکیج ۱۹۰ ساعتی کاملترین دوره ریاضی عمومی است و تخفیف بالاتری نسبت به سایر دوره ها خواهد داشت.

✓ دوستانی که از دوره رایگان ریاضی پایه استفاده کرده اند، در صورت تمایل برای ثبت نام در هر یک

از دوره های (درس، نکته، جمع بندی، پکیج) از کد تخفیف **PAYE10** استفاده نمایند تا از ۱۰٪

تخفیف اضافه تر بهره مند گردند.

**توجه :** در صورت بروز مشکل در استفاده از لینک های بالا، برای دریافت لینک فعال یا ثبت نام

به صفحه اول سایت <https://negareh.ac.ir/aghasi> یا [www.m-aghasi.ir](http://www.m-aghasi.ir)

یا کانال تلگرام [@math\\_admin77](https://t.me/math_admin77) مراجعه یا از طریق آیدی تلگرام [@math\\_admin77](https://t.me/math_admin77)

یا ایمیل زیر پیگیری نمایید:

[masoudaghasi1395@gmail.com](mailto:masoudaghasi1395@gmail.com)

ایمیل برای مشاوره یا رفع اشکال :



ویدئو و جزوات رایگان ریاضی پایه (تابع) را از پنل کاربری یا لینک <http://b2n.ir/ta1402> دریافت نمایید.

۱. دامنه تابع  $f$  کلیه اعداد (حقیقی)  $x$  است که وقتی در  $f(x)$  قرار می‌گیرد، عبارت تعریف شده‌ای به دست آید به عبارت دیگر به کلیه

ورودی‌های مجاز برای یک تابع، دامنه می‌گوییم.

۲. منظور از تابع یک به یک تابعی است که هر خط موازی محور  $x$  ها نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

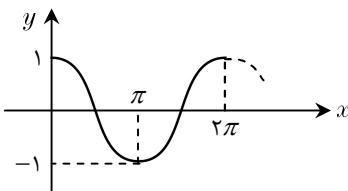
۳. تابع یکنوای اکید:

\* تابع  $f(x)$  را صعودی اکید می‌نامیم هرگاه:  
 $x_2 > x_1 \Leftrightarrow f(x_2) > f(x_1)$   
 ملاحظه می‌کنید که با اثر دادن تابع صعودی اکید یا حذف آن (اعمال  $f^{-1}$ ) بر دو طرف نابرابری، جهت نابرابری عوض نمی‌شود.

\* تابع  $f(x)$  را نزولی اکید می‌نامیم هرگاه:  
 $x_2 > x_1 \Leftrightarrow f(x_2) < f(x_1)$   
 ملاحظه می‌کنید که با اثر دادن تابع نزولی اکید یا حذف آن (اعمال  $f^{-1}$ ) بر دو طرف نابرابری، جهت نابرابری عوض می‌شود.

۴. هرگاه تابعی، یک به یک (و در حالت خاص یکنوای اکید باشد) برای آن می‌توان تابع معکوس (تابع وارون) در نظر گرفت که در این

صورت جای  $x$  و  $y$  (دامنه و برد) عوض می‌شود:  
 $y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$   
 از نظر هندسی این موضوع باعث می‌شود نمودار  $f$  و  $f^{-1}$  نسبت به نیمساز ربع اول و سوم (خط  $y = x$ ) قرینه هم باشند.



۵. توابع مثلثاتی (هر تابع متناوبی) یک به یک نیست و لذا وارون پذیر نخواهد بود

بنابراین دامنه آن را به بازه‌ای محدود می‌کنیم که تابع بر آن بازه یکنوای اکید بوده ولی برد آن عوض نشود و در این حالت تابع وارون تعریف می‌شود.

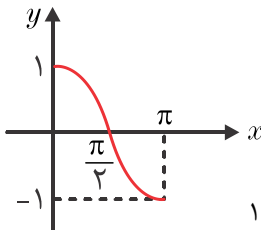
به عنوان مثال تابع  $f(x) = \cos x$  متناوب با دوره تناوب  $T = 2\pi$  است پس یک به یک نمی‌باشد.

اما بر هر یک از بازه‌های  $[0, \pi]$ ,  $[\pi, 2\pi]$ , ... یکنوای اکید است و لذا دارای تابع وارون می‌باشد طبق قرارداد  $x \in [0, \pi]$  در نظر گرفته

می‌شود که بر این بازه برد تابع  $[-1, 1]$  باقی مانده و لذا تابع نزولی اکید و یک به یک بوده و دارای تابع معکوس  $\cos^{-1} = \text{Arccos}$

خواهد بود پس منظور از  $\cos^{-1} x$  زاویه‌ای در بازه  $[0, \pi]$  (که به آن بازه یا ربع مجاز گفته می‌شود) خواهد بود که کسینوس آن زاویه

برابر  $x$  است. (در واقع بازه مجاز همان برد تابع معکوس خواهد بود).



$$\text{Arccos } x = \cos^{-1} x = \alpha \Leftrightarrow \cos \alpha = x$$

زاویه‌ای در بازه  $[0, \pi]$  عددی در بازه  $[-1, 1]$

برای مرور سریع توابع معکوس مثلثاتی و بررسی ویژگی‌های آنها به صفحه ۲۸ و ۲۹ جلد اول کتاب ریاضی ۱

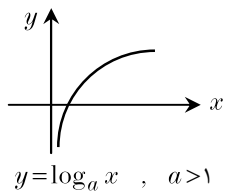
یا ویدئوی ۳ قسمت ۳ ریاضی پایه مراجعه کنید.

مثال ۱. (تست ۱۲ صفحه ۳۰ جلد اول) دامنه تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{\pi - 3 \operatorname{Arccos} x}$  کراست؟ (کشاورزی ۸۲، منابع - آزاد ۹۰)

- (۱)  $[-1, \frac{1}{4}]$       (۲)  $[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}]$       (۳)  $[\frac{1}{4}, 1]$       (۴)  $[\frac{1}{4}, 1]$

حل.

۶. تابع لگاریتم به عنوان تابع معکوس تابع نمایی تعریف می شود و داریم:

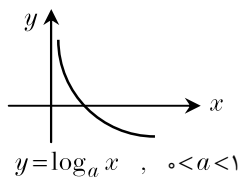


$$y = \log_a x \Leftrightarrow x = a^y \quad (a > 0, a \neq 1)$$

یکی از ویژگی های مهم لگاریتم آن است که **ضرب را به جمع و تقسیم را به تفریق** تبدیل می کند:

$$\text{i) } \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y \quad \text{ii) } \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\text{iii) } \log_a x^r = r \log_a x \quad \text{iv) } \log_a x = 0 \Leftrightarrow x = 1$$



سایر ویژگی های توابع نمایی و لگاریتمی را در صفحه ۳۱ و ۳۲ جلد اول کتاب ریاضی ۱ یا

ویدئوهای قسمت ۲ ریاضی پایه ملاحظه کنید.

(MBA ۱۴۰۱)

مثال ۲. دامنه تابع ضابطه  $f(x) = \sqrt{\ln(\frac{x-3}{-x+1})}$  کراست؟

- (۱)  $(-\infty, 1)$       (۲)  $(-\infty, 2]$       (۳)  $(1, 2]$       (۴)  $[2, +\infty)$

حل.

۷. در تابع  $f(x)$  کلیه مقادیر خروجی تابع برد نامیده می شود به عبارتی وقتی  $x$  در دامنه  $f$  تغییر می کند، کلیه مقادیر  $y = f(x)$

برد تابع خواهد بود. روش متداول و کلی برای محاسبه برد همه توابع وجود ندارد اما معمولاً در روش های مختلف محاسبه برد (صفحه

۱۴ جلد اول ریاضی ۱ را ملاحظه نمایید) محاسبه دامنه  $f$  می تواند مفید باشد.

(ژئوفیزیک، فلسفه علم، علوم دریایی، محیط زیست ۱۴۰۱)

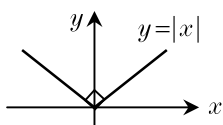
مثال ۳. برد تابع  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{y}{y} + 9 \ln \sqrt{x^4 + e}}}$  کراست؟

- (۱)  $(0, \frac{1}{4}]$       (۲)  $[\frac{2}{\sqrt{y}}, 1]$       (۳)  $(0, \sqrt[3]{\frac{2}{y}}]$       (۴)  $(0, 1]$



حل.

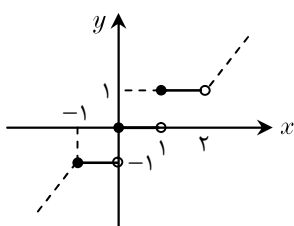
۸. تابع قدرمطلق



تابعی است که به هر عدد حقیقی  $x$  قسمت نامنفی آن را متناظر می‌کند (و در واقع مثبت ساز

است) و لذا برد آن  $[0, +\infty)$  است و به صورت  $|x| = \begin{cases} x & : x \geq 0 \\ -x & : x < 0 \end{cases}$  تعریف می‌شود.

۹. تابع براکت (جز صحیح)



$[x] =$  بزرگترین عدد صحیح کمتر یا مساوی  $x$  و لذا:

i)  $[x] \leq x$       ii)  $[x] = x \Leftrightarrow x \in \mathbb{Z}$

با توجه به نمودار، تابع  $f(x) = [x]$  صعودی است اما صعودی اکید نمی‌باشد.

(AV MBA)

مثال ۴. دامنه تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{[x] - |x|}$  کجا است؟

$\mathbb{Z} - \mathbb{N}$  (۴)

$\mathbb{N} \cup \{0\}$  (۳)

$\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$  (۲)

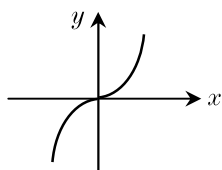
$\mathbb{Z}$  (۱)

حل.

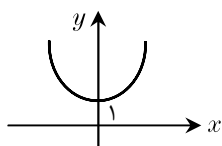
۱۰. توابع هیپربولیک

$e$  را عدد نپر ( $e \approx 2.7$ ) در نظر می‌گیریم در این صورت:

۱)  $\sinh x = \text{sh}x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

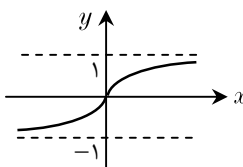


۲)  $\cosh x = \text{ch}x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$



سایر توابع هیپربولیک مانند توابع مثلثاتی تعریف می‌شود. به عنوان مثال:

۳)  $\tanh x = \text{th}x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$



برخی روابط مهم در مورد توابع هیپربولیک عبارتند از:

$$۴) \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$۵) \sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) ; x \in \mathbb{R}$$

$$۶) \cosh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) ; x \geq 1$$

$$۷) \tanh^{-1} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} ; -1 < x < 1$$

سایر ویژگی‌ها و نمودارهای هیپربولیک و معکوس آنها را در صفحه ۳۳ تا ۳۵ جلد اول کتاب ریاضی ۱ یا ویدئو و جزوه قسمت ۴ ریاضی پایه ملاحظه نمایید.

(۱۴۰۰ MBA)

مثال ۵. فرض کنید  $f(x) = \cosh(\sinh^{-1} x)$  مقدار  $f(1)$  کد را م است؟

۲√۲ (۴)

√۲ (۳)

۱ (۲)

۱/√۲ (۱)

حل.

مثال ۶. تعداد زوج مرتب‌های  $(x, y)$  که در معادله  $x^2 + \cosh(xy)(2x + \cosh(xy) + 1) - 1 = 0$  صدق می‌کنند، برابر است با: (عمران ۹۰)

۴ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

حل.

مثال ۷. فرض کنید  $\sinh c = \frac{3}{4}$  و  $\ln(e^x + \sqrt{e^{2x} + 1}) = c$  در این صورت مقدار  $x$  بر حسب  $\ln 2$  و  $\ln 3$  کد را م است؟ (موار ۹۱)

$\ln 3 - 2 \ln 2$  (۴)

$\ln 3 - \ln 2$  (۳)

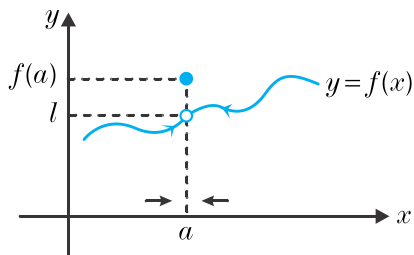
$\frac{1}{4} \ln 3 - \ln 2$  (۲)

$\frac{1}{4} (\ln 3 - \ln 2)$  (۱)

حل.

ویدئو و جزوه‌های ریاضی پایه را از پنل کاربری خود یا لینک زیر به صورت رایگان دریافت نمایید.

<http://b2n.ir/ta1402>



۱. هرگاه با میل کردن  $x$  به  $a$  (یعنی نزدیک شدن مقدار  $x$  از چپ و راست به  $a$ ) مقدار تابع  $f(x)$  به عدد  $l$  نزدیک شود می‌نویسیم  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ . واضح است که در این حالت هم حد چپ و هم حد راست تابع  $f$  در  $a$  برابر  $l$  می‌باشد.

۲. وقتی می‌گوییم  $x \rightarrow a$  لزومی ندارد  $f$  در  $a$  تعریف شده باشد، در واقع **شرط لازم** برای وجود حد آن است که  $f$  در همسایگی محذوف  $a$  (اعداد به اندازه کافی نزدیک به  $a$ ) تعریف شده باشد یعنی همسایگی محذوف عدد  $a$  باید در دامنه تعریف  $f$  باشد پس:

**اگر همسایگی محذوف یک عدد در دامنه تابع نباشد، تابع در آن نقطه حد ندارد.**

۳. برای محاسبه حد، عدد  $a$  (یا به طور دقیق‌تر همسایگی  $a$ ) را در ضابطه  $f$  قرار می‌دهیم و چنانچه به یک عدد رسیدیم عدد حاصل جواب حد است و در صورت مواجه شدن با مشکل (مانند تقسیم بر صفر، منفی شدن زیر رادیکال و...) باید بررسی لازم برای محاسبه مقدار حد انجام شود.

۴. وقتی ادعا می‌کنیم  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$  لزومی ندارد  $l = f(a)$ . ضمناً وقتی حد تابع  $f$  برابر  $l$  است یعنی با نزدیک شدن  $x$  به  $a$  مقدار  $f(x)$  به عدد  $l$  نزدیک می‌شود اما در حالات خاص وقتی  $x \rightarrow a$  ممکن است مقدار  $f(x)$  در یک همسایگی عدد  $a$  دقیقاً برابر  $l$  باشد که در این حالت به آن «**مطلق**» یا «**واقعی**» می‌گوییم.

**نکته ۱.** فقط توابعی که نمودار آنها در بازه‌های مختلف خطوط افقی است، مقدار حد آنها (در صورت وجود) مطلق (واقعی) است.

پس توابعی که مشتق آنها (در بازه‌های مشتق‌پذیری) صفر می‌شود مانند تابع ثابت و جز صحیح حد مطلق دارند مثلاً اگر

$$\lim_{x \rightarrow a} [g(x)] = 10 \text{ آنگاه } 10 \text{ حالت مطلق (واقعی) دارد.}$$

**مثال ۱.** حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x}{[x]^2}$  چقدر است؟

**حل.**

---



---



---

**نکته ۲.** هرگاه در محاسبه حد یک تابع کسری، **مخرج کسر صفر مطلق** باشد، جواب حد الزاماً **وجود ندارد** است.



۵. هرگاه در محاسبه حد به حالت  $\frac{l}{0}$  رسیدیم که  $l \neq 0$  و صفر مخرج صفر حدی باشد، انتظار داریم جواب حد  $+\infty$  یا  $-\infty$  باشد که با

تعیین علامت  $l$  و صفر مخرج علامت مثبت و منفی برای بی‌نهایت تعیین می‌شود.

مثال ۲. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1-2\cos x}{3\sin x-1}$  بقرار است؟

حل.

نکته ۳. فرض کنید  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$  (که  $l$  و  $a$  عدد حقیقی هستند) اگر لازم باشد بررسی کنیم حد برابر  $l^+$  یا  $l^-$  است توجه کنید که:

الف) چنانچه  $f(x)$  در  $a^+$  صعودی اکید باشد  $f(a^+) = l^+$  و چنانچه نزولی اکید باشد  $f(a^+) = l^-$

ب) چنانچه  $f(x)$  در  $a^-$  صعودی اکید باشد  $f(a^-) = l^-$  و چنانچه نزولی اکید باشد  $f(a^-) = l^+$

۶. برای محاسبه  $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)}$  توجه کنید که اگر  $f(x) \rightarrow l$  به جز در حالات زیر هر جوابی حاصل شود قابل قبول است. ( $n \in \mathbb{N}$ )

الف) اگر  $l$  عددی منفی باشد و  $n$  زوج باشد، جواب وجود ندارد است.

ب) اگر  $l = 0^-$  و  $n$  زوج باشد، جواب وجود ندارد است.

واضح است که توضیحات بالا برای  $x \rightarrow a^+$  یا  $x \rightarrow a^-$  هم معتبر است.

مثال ۳. حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \sqrt[4]{\cot x - 1}$  بقرار است؟

حل.

۷. براکت (جز صحیح) نسبت به اعداد صحیح حساس است. اگر  $n$  عددی صحیح باشد  $[n^+] = n$ ,  $[n^-] = n-1$

مثال ۴. تابع  $f(x) = \frac{[x^2] - x^2}{|x| + [x] + 2}$  مفروض است. مقدار  $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$ ، کرا م است؟ (MBA ۱۴۰۲)

۱)  $\frac{1}{2}$       ۲) صفر      ۳)  $-\frac{1}{2}$       ۴)  $-\frac{5}{2}$

حل.



حالات مبهم

در ۷ حالت زیر جواب حد با توجه به نوع مسأله و پس از رفع ابهام تعیین می‌شود. حالات مبهم عبارتند از:

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \times \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty$$

که در کلیه موارد فوق صفر و یک‌ها حالت حدی هستند.

در مواجهه شدن با هر یک از این حالات باید عملیاتی انجام دهیم تا حالت مبهم بر طرف شود. این عملیات که رفع ابهام نامیده می‌شود با توجه به حالت و نوع مسأله متفاوت است. **یکی از ایده‌های رفع ابهام حذف عامل ایجاد صفر یا بی‌نهایت از صورت و مخرج است.**

**مثال ۵.** حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  برای  $f(x) = \frac{(3-x)\sqrt{x^2-4x+4}}{x^2-4}$  را به دست آورید.

**حل.**

---



---



---



---

دو حالت مبهم  $\frac{0}{0}$  و  $\frac{\infty}{\infty}$  حالت‌های پایه‌ای هستند که ۵ حالت دیگر را می‌توان به آنها تبدیل نمود پس ابتدا آنها را مورد بررسی قرار می‌دهیم. معمولاً رفع ابهام این دو حالت به یکی از روش‌های زیر است:

الف) حذف عامل مشترک ایجادکننده ابهام از صورت و مخرج (مانند مثال ۵ ولی کاربرد آن بسیار محدود است)

ب) استفاده از هم ارزی

ج) استفاده از قاعده هوییتال

در ادامه این جلسه رفع ابهام با کمک هم ارزی را بررسی می‌کنیم.

هم‌ارزی

**تعریف.** توابع  $f$  و  $g$  در  $x=a$  (می‌تواند بی‌نهایت هم باشد) هم‌ارز می‌نامیم هرگاه  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$  و می‌نویسیم  $f(x) \sim g(x)$ .

۸. چنانچه هم‌ارز توابع را بشناسیم با جایگذاری هم‌ارز توابع به جای خودشان (معمولاً در حالت ضرب و تقسیم) به عبارات ساده‌تری می‌رسیم و رفع ابهام انجام می‌شود.

**نکته ۴.** اگر  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$  که  $l \neq 0, \infty$  در  $x=a$  داریم  $f(x) \sim l$  یعنی تابع با حد خود(وقتی  $0$  یا بی‌نهایت نیست) هم‌ارز است.



قواعد هم‌ارزی در صفر ( $x \rightarrow 0$ )

(۱) هر چند جمله‌ای با جمله‌ای از خود که دارای کمترین توان باشد، هم‌ارز است.

(۲) توابع  $\ln(1+x)$  و  $e^x - 1$  و  $\tanh x$  و  $\sinh x$  و  $\tan x$  و  $\sin x$  و تابع معکوس آنها با  $x$  هم‌ارزند. (۶ تایی‌ها و ۴ تایی‌ها)

(۳) برای هر  $\alpha \neq 0$  داریم  $1 - \cos^\alpha x \sim \frac{\alpha}{2} x^2$

(۴) «هم‌ارزی برنولی» برای هر  $\alpha \neq 0$  داریم  $(1+x)^\alpha - 1 \sim \alpha x$

**تذکره ۱!** در کلیه قواعد بالا، چنانچه  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$  (صفر حدی) به جای  $x$  می‌توانید قرار دهید  $g(x)$  و هم‌ارزی در  $x = a$  برقرار می‌شود.

مثلاً  $\frac{1}{x} \sim \frac{1}{x}$  یا  $\frac{\sinh(x-2)}{x-2} \sim 1$   $\frac{1}{x} \sim \frac{1}{x}$   $\tan \frac{1}{x} \sim \frac{1}{x}$

**مثال ۶.** حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+e^x+x)\sinh^2 x}{x \tan^{-1} 4x}$  را بیابید.

حل.

(دکتری کشاورزی ۹۳، کشاورزی ۹۸)

**مثال ۷.** حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{1 - \sqrt[4]{1+x^2}}$ ، کرام است؟

(۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $-2$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $2$

حل.

**نکته ۵.** اگر  $y \rightarrow 1$  آنگاه  $\ln y \sim y - 1$

(مکانیک ۹۰)

**مثال ۸.** حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)(2^x - 1)}{(\arcsin x)^2}$  کرام است؟

(۱)  $\frac{1}{2} \ln 2$  (۲)  $\ln 2$  (۳)  $2 \ln 2$  (۴)  $(\ln 2)^2$

حل.

۹. همواره داریم  $u^v = e^{v \ln u}$

**نکته ۶.** اگر  $a > 0$  و  $a \neq 1$  باشد وقتی  $x \rightarrow 0$  داریم  $a^x - 1 \sim x \ln a$ .





فرمول‌های مک لورن

استفاده از قواعد هم ارزی صفر در جمع و تفریق ممکن است در برخی مواقع نادرست باشد برای رفع این مشکل فرمول‌های بسط مک لورن را که هم ارزی‌های قبل، حالت خاص (ضعیف) آنها هستند معرفی می‌کنیم.

$$۱) \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

$$۲) \tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \dots$$

$$۳) e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$۴) \ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$$

$$۵) \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$$

در صفحه ۷۰ جلد اول کتاب ریاضی ۱ در مجموع ۱۲ فرمول مک لورن وجود دارد که باید همه آنها را به خاطر بسپارید اما موارد بالا کاربرد بیشتری دارند. البته برخی از توابع مک لورن‌های مشابه دارند مثلاً در فرمول  $\sinh x$  و  $\cosh x$  همان فرمول  $\sin x$  و  $\cos x$  را داریم که همه جملات مثبت هستند. ضمناً تذکر صفحه قبل در مورد جایگذاری  $g(x)$  به جای  $x$  اگر  $x \rightarrow g(x)$  در مورد مک لورن‌ها هم صادق است. روش اثبات (که واقعاً نیازی هم به آن نیست!!) یعنی فرمول کلی مک لورن برای تابع  $f(x)$  را در جلسه ۱۲ کلاس خواهیم داشت.

**نکته ۷:** در فرمول مک لورن توابع زوج فقط جملات با توان زوج دارد (یعنی ضریب  $x^{2n+1}$  در آن صفر است) و در فرمول

مک لورن توابع فرد نیز فقط جملات با توان فرد را خواهیم داشت. (یعنی ضریب  $x^{2n}$  در آن صفر است)

۱۰. برای محاسبه حد (در حالت مبهم  $\frac{0}{0}$ ) در جمع و تفریق می‌توانیم به جای هم ارزی‌های قبلی، تعداد محدودی از جملات فرمول

مک لورن توابع را با رعایت همزمان دو قاعده زیر قرار دهیم:

قاعده ۱: در جمع و تفریق مک لورن همه توابع را تا آنجا می‌نویسیم که جمله‌ای باقی بماند. (به صفر نرسیم)

قاعده ۲: در جمع و تفریق مک لورن همه توابع را تا توان یکسان می‌نویسیم.

اما در حالت خاص زیر که در اکثر سؤالات رخ می‌دهد به جای دو قاعده بالا از قاعده ساده‌تری استفاده می‌شود:

قاعده ۳: اگر مخرج کسر هم ارز  $x^n$  باشد، بسط مک لورن صورت را فقط تا جملات  $x^n$  می‌نویسیم.

**نکته ۸:** اگر پس از استفاده از قاعده ۳ صورت کسر صفر شود نیازی به استفاده از قاعده (۱) و (۲) نمی‌باشد و جواب حد الزاماً صفر

می‌شود در واقع:

در سؤالات  $\frac{0}{0}$  پس از استفاده از قاعده (۳): حد صفر می‌شود  $\Leftrightarrow$  صورت کسر صفر شود.

**تذکر ۲:** در استفاده از قاعده (۲) و (۳) چنانچه در فرمول مک لورن تابعی، جمله‌ای وجود نداشت، ضریب آن صفر است مثلاً در  $\sin x$

جمله  $x^2$  نداریم که در واقع  $0 = x^2$  نوشته نشده است. پس نوشتن مک لورن توابع تا توان مورد نیاز همواره امکان‌پذیر است.



(عمران ۹۴)

مثال ۹. مقدار  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - xe^{x^2} + \frac{7x^3}{6}}{\sin^2 x \sin x^3}$  کد را م است؟

$\frac{61}{120}$  (۴)

$\frac{1}{120}$  (۳)

$-\frac{59}{120}$  (۲)

$-\frac{1}{2}$  (۱)

حل.

---



---

مثال ۱۰. (مثال ۱۰ صفحه ۷۱ پلر اول) مطلوب است مناسبه  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x + \cos x - 2}{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}$

حل.

روش اول.

---



---

روش دوم.

---



---



---

**توصیه:** در جمع و تفریق با رعایت قوانین (۱) و (۲) با هم یا قاعده (۳) به تنهایی از مک لورن استفاده کنید.

**قواعد هم‌ارزی در پی‌نهایت  $x \rightarrow \pm\infty$**

۱. هر چند جمله‌ای با جمله‌ای از خود که دارای بیشترین توان باشد، هم‌ارز است.

۲. هم‌ارزی رادیکال‌ها:

$$n \in \mathbb{N}: \sqrt[n]{x^n + bx^{n-1} + \dots} \sim \begin{cases} x + \frac{b}{n} & : \text{فرد } n \\ |x + \frac{b}{n}| & : \text{زوج } n \end{cases}$$

۳.  $[x] \sim x$  و لذا اگر  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$  آنگاه  $[g(x)] \sim g(x)$ .

۴. قوانین رشد

وقتی حد تابعی برابر  $+\infty$  یا  $-\infty$  باشد می‌گوییم آن تابع رشد می‌کند.

\***تعریف.** فرض کنید  $f(x)$  و  $g(x)$  رشد کنند و  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$  در این صورت می‌گوییم رشد  $g(x)$  از  $f(x)$  بیشتر است و می‌نویسیم

$g(x) \gg f(x)$ .



قوانین رشد فقط برای  $x \rightarrow +\infty$  معتبر است و داریم:

$$b^x \gg a^x \gg x^\alpha \gg (\ln x)^\beta, \quad b > a > 1, \quad \alpha, \beta > 0$$

مسلماً اگر  $g(x) \rightarrow +\infty$  در تمام قواعد رشد به جای  $x$  می‌توان  $g(x)$  را جایگذاری کرد.

**نکته ۹:** اگر چند عبارت با ریشه‌های مختلف با هم جمع یا تفریق شوند، عبارت هم‌ارز جمله‌ای است که رشد بیشتری دارد.

**مثال ۱۱:** حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[x^2]e^{2x}}{e^{3x} + x^{100} - \log x}$  چقدر است؟

**حل:**

**مثال ۱۲:** (تست ۲۹ صفحه ۱۱۶ بلد اول) حاصل عبارت  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+2^{\frac{1}{x}}}{3+\frac{1}{x}}$  کدام است؟ (صنایع ۲۹، ملانیک-آزار ۸۳، ملانیک و ژئوفیزیک-آزار ۹۰)

- (۱)  $\frac{3}{5}$
- (۲)  $\frac{1}{3}$
- (۳) ۱
- (۴) فاقد هر است.

**حل:**

**مثال ۱۳:** حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(1+3^x)}{\ln(1+2^x)}$  کدام است؟ (MBA ۱۴۰۰)

- (۱) صفر
- (۲)  $\frac{\ln 2}{\ln 3}$
- (۳)  $\frac{\ln 3}{\ln 2}$
- (۴)  $+\infty$

**حل:**

**حالت مبهم  $0 \times \infty$  و  $\infty - \infty$**

برای رفع ابهام این دو حالت با استفاده از عملیات جبری یا سایر هم‌ارزی‌ها، مسأله را به  $\frac{0}{0}$  و  $\frac{\infty}{\infty}$  تبدیل می‌کنیم. انتخاب روش در این دو حالت فرمول کلی ندارد و به نوع مسأله وابسته است اما در حالت  $0 \times \infty$  همواره با ضرب دو عامل مواجه هستیم و لذا رابطه

$$f \cdot g = \frac{f}{\frac{1}{g}} = \frac{g}{\frac{1}{f}}$$

می‌تواند مفید باشد.



(علوم کامپیوتر ۸۰، ریاضی - آزار ۸۷، عمران - آزار ۸۹)

مثال ۱۴. (تست ۲۸ صفحه ۹۹ جلد اول) مقدار  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$  کرام است؟

- (۱)  $e$       (۲)  $1$       (۳)  $\infty$       (۴) صفر

حل.

---



---



---

نکته ۱۰. اگر  $\alpha > 0$  عددی دلخواه باشد  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha \ln x = 0$ . (نکته آفای بنفش)

(عمران ۸۹)

مثال ۱۵. مقدار  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 1}{3x^2 + 2} \sin \frac{1}{x}$  کرام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$       (۲)  $\frac{1}{3}$       (۳) صفر      (۴)  $\infty$

حل.

---



---

(رکتري نانوشيمي ۹۹)

مثال ۱۶. مقدار  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x + \sqrt{1 - 3x + x^2}}$  کرام است؟

- (۱)  $-\frac{4}{3}$       (۲)  $0$       (۳)  $\frac{2}{3}$       (۴)  $\frac{4}{3}$

حل.

---



---



---

(عمران ۷۶، كشاورزي آزار ۹۳)

مثال ۱۷. (تست ۳۲ صفحه ۷۷ جلد اول)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{x - \sin x} - \frac{6}{x^2} \right)$  برابر است با:

- (۱)  $0/1$       (۲)  $0/3$       (۳)  $0/5$       (۴)  $0/6$

حل.

---



---



---



---



**مثال ۱۸.** (تست ۳۶ صفحه ۲۷ پلر اول) اگر  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin^3 x}{x^3} + \frac{a}{x^2} + b \right) = 0$  آنگاه مقدار  $a+b$  کدام است؟

(ریاضی ۸۰، صنایع ۸۶، عمران ۸۸، دکتری حسابداری و مدیریت ۹۴، فلسفه علم ۹۵، کشاورزی ۹۶)

$\frac{3}{2}$  (۴)

$-\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$-\frac{3}{2}$  (۱)

حل.

---



---



---



---

**حالات مبهم نمایی:  $0^0$  و  $\infty^0$  و  $1^\infty$**

در هر سه مورد از رابطه  $u^v = e^{v \ln u}$  استفاده می‌کنیم یعنی  $\ln u^v = v \ln u$  را تشکیل می‌دهیم که  $0 \times \infty$  می‌شود و با قواعد تدریس شده آن را رفع ابهام می‌کنیم.

**نکته ۱۱.** وقتی  $f(x) \rightarrow 1$  و  $g(x) \rightarrow \infty$  عبارت  $f(x)^{g(x)}$  حالت مبهم  $1^\infty$  است و استفاده از هم ارزی زیر محاسبه را ساده‌تر می‌کند:

$$f(x)^{g(x)} \sim e^{g(x)(f(x)-1)}$$

**مثال ۱۹.** هر، راست تابع  $f(x) = (\tan x)^{\sinh 2x}$  در  $x=0$  کدام است؟

وجود ندارد. (۴)

$e$  (۳)

$1$  (۲)

$0$  (۱)

حل.

---



---

(عمران، نقشه برداری ۹۹)

**مثال ۲۰.** مقدار  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x^2 + \sqrt{1+x^4})^{\frac{1}{\ln x}}$  کدام است؟

$e^2$  (۴)

$\frac{1}{e^2}$  (۳)

$e$  (۲)

$\frac{1}{e}$  (۱)

حل.

---



---

مثال ۲۱. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos \sqrt{x})^{\frac{1}{x}}$  کدام است؟

(مکانیک ۸۳، معرین ۸۴، هسته‌ای - آژاد ۸۴، MBA، دریاوردی، ایمنی صنعتی ۹۴، دکتری سامانه اطلاعات پغرافایی ۹۸)

(۱)  $e$       (۲)  $\frac{1}{e}$       (۳)  $\sqrt{e}$       (۴)  $\frac{1}{\sqrt{e}}$

حل.

مثال ۲۲. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$  کدام است؟

(مکانیک ۱۴۰۰)

(۱)  $e^{-\frac{1}{6}}$       (۲)  $e^{\frac{1}{6}}$       (۳)  $e^{\frac{1}{2}}$       (۴) ۱

حل.

مثال ۲۳. فرض کنید  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cosh ax}{\cos ax} \right)^{\frac{1}{x}} = 2$ ;  $(a > 0)$  مقدار  $a$  کدام است؟

(MBA ۱۴۰۲)

(۱)  $\ln 2$       (۲)  $\sqrt{\ln 2}$       (۳)  $\sqrt{2}$       (۴) ۲

حل.

## برنامه دوره های ریاضی عمومی و معادلات آنلاین برای کنکور ۱۴۰۳

برای ثبت نام در کلاسهای آنلاین (ویژه کنکور ۱۴۰۳) می توانید از لینک های زیر استفاده نمایید:

<https://b2n.ir/da1403>

➤ کلاس درس و تست ۱۰۰+۱۵ ساعتی ریاضی عمومی

<https://b2n.ir/te1403>

➤ کلاس نکته و تست ۵۰ ساعتی ریاضی عمومی

<https://b2n.ir/mo1403>

➤ جمع بندی ریاضی عمومی ۲۵ ساعتی (بر اساس باکس مطالب مشابه)

<https://b2n.ir/pa1403>

➤ پکیج کلاس درس+نکته+جمع بندی ۱۹۰ ساعتی ریاضی عمومی

<https://b2n.ir/ta1402>

➤ ویدیو و جزوه رایگان تدریس ریاضی پایه در ۱۵ ساعت

<https://b2n.ir/eq1403>

➤ کلاس درس و تست ۵۰ ساعتی معادلات دیفرانسیل

<https://b2n.ir/fe1402>

➤ ویدیو و جزوه درس و تست فشرده ۵۰+۱۶ ساعتی ریاضی عمومی

<https://b2n.ir/wb1403>

➤ وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی عمومی (فاز اول) برای کنکور ۱۴۰۳

<https://b2n.ir/wbb1403>

➤ وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز ۲ و ۳) برای کنکور ۱۴۰۳

<https://b2n.ir/ja1402>

➤ کارگاه رایگان حل تست جامع ریاضی (تستهای کنکور ۹۶ به بعد رشته های مختلف)

<https://b2n.ir/fd1403>

➤ جلسه اول کلاس درس و تست ریاضی عمومی (رایگان)

<https://b2n.ir/fm1402>

➤ کارگاه رایگان تدریس اعداد مختلط (جلسه ۹ کلاس درس و تست)

✓ پکیج ۱۹۰ ساعتی کاملترین دوره ریاضی عمومی است و تخفیف بالاتری نسبت به سایر دوره ها خواهد داشت.

✓ دوستانی که از دوره رایگان ریاضی پایه استفاده کرده اند، در صورت تمایل برای ثبت نام در هر یک

از دوره های (درس، نکته، جمع بندی، پکیج) از کد تخفیف **PAYE10** استفاده نمایند تا از ۱۰٪

تخفیف اضافه تر بهره مند گردند.

**توجه :** در صورت بروز مشکل در استفاده از لینک های بالا، برای دریافت لینک فعال یا ثبت نام

به صفحه اول سایت <https://negareh.ac.ir/aghasi> یا [www.m-aghasi.ir](http://www.m-aghasi.ir)

یا کانال تلگرام [@math\\_admin77](https://t.me/math_admin77) مراجعه یا از طریق آیدی تلگرام [@math\\_admin77](https://t.me/math_admin77)

یا ایمیل زیر پیگیری نمایید:

[masoudaghasi1395@gmail.com](mailto:masoudaghasi1395@gmail.com)

ایمیل برای مشاوره یا رفع اشکال :