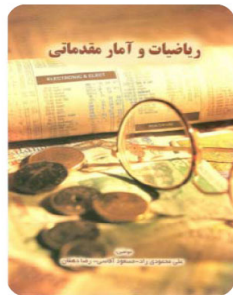


کلاس درس و تست ریاضی پایه



مدرس: مسعود آقاسی

@math_equation

www.m-aghasi.com

masoudaghasi1395@gmail.com

برنامه دوره های ریاضی عمومی و معادلات آنلاین برای کنکور ۱۴۰۳

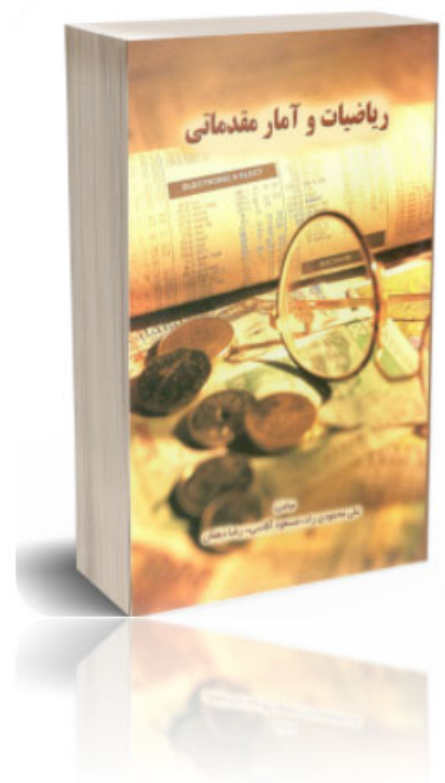
برای ثبت نام در کلاسهای آنلاین (ویژه کنکور ۱۴۰۳) می توانید از لینک های زیر استفاده نمایید:

- <https://b2n.ir/da1403> کلاس درس و تست ۱۰۰+۱۵ ساعتی ریاضی عمومی
- <https://b2n.ir/te1403> کلاس نکته و تست ۵۰ ساعتی ریاضی عمومی
- <https://b2n.ir/mo1403> جمع بندی ریاضی عمومی ۲۵ ساعتی (بر اساس باکس مطالب مشابه)
- <https://b2n.ir/pa1403> پکیج کلاس درس+نکته+جمع بندی ۱۹۰ ساعتی ریاضی عمومی
- <https://b2n.ir/ta1402> ویدیو و جزوه رایگان تدریس ریاضی پایه در ۱۵ ساعت
- <https://b2n.ir/eq1403> کلاس درس و تست ۵۰ ساعتی معادلات دیفرانسیل
- <https://b2n.ir/fe1402> ویدیو و جزوه درس و تست فشرده ۵۰+۱۶ ساعتی ریاضی عمومی
- <https://b2n.ir/wb1403> وینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی عمومی (فاز اول) برای کنکور ۱۴۰۳
- <https://b2n.ir/wbb1403> وینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز ۲ و ۳) برای کنکور ۱۴۰۳
- <https://b2n.ir/ja1402> کارگاه رایگان حل تست جامع ریاضی (نستهای کنکور ۹۶ به بعد رشته های مختلف)
- <https://b2n.ir/fm1402> کارگاه رایگان تدریس اعداد مختلط (جلسه ۹ کلاس درس و تست)

- ✓ پکیج ۱۹۰ ساعتی کاملترین دوره ریاضی عمومی است و تخفیف بالاتری نسبت به سایر دوره ها خواهد داشت.
- ✓ دوستانی که از دوره رایگان ریاضی پایه استفاده کرده اند، در صورت تمایل برای ثبت نام در هر یک از دوره های (درس، نکته، جمع بندی، پکیج) از کد تخفیف **PAYE10** استفاده نمایند تا از ۱۰٪ تخفیف اضافه تر بهره مند گردند.

توجه : در صورت بروز مشکل در استفاده از لینک های بالا، برای دریافت لینک فعال یا ثبت نام به صفحه اول سایت <https://negareh.ac.ir/aghasi> یا www.m-aghasi.ir یا کانال تلگرام **@math_equation** مراجعه یا از طریق آیدی تلگرام **@math_admin77** یا ایمیل زیر پیگیری نمایید:

ایمیل برای مشاوره یا رفع اشکال : masoudaghasi1395@gmail.com

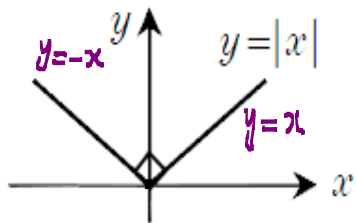


کتاب مرجع ریاضی پایه: ریاضی و آمار مقدماتی

مؤلفین: محمودی راد، آقاسی، دهقان (انتشارات نگاه دانش)

لینک خرید اینترنتی: <https://b2n.ir/791904>

تابع قدر مطلق



$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = |x|$$

۱) دامنه = \mathbb{R} ; برد = $[0, +\infty)$

۲) $|-x| = |x| \Rightarrow f$ تابع زوج

۳) $|xy| = |x| |y|$; $|\frac{x}{y}| = \frac{|x|}{|y|}$

۴) نابرابری مثلث $|x+y| \leq |x| + |y|$

۵) $|x| = a, a \geq 0 \Rightarrow x = \pm a$

$a > 0$ ۶) $|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$; $|x| \geq a \Rightarrow x \geq a \vee x \leq -a$

مثال. دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\frac{|x|-1}{|x|-2}}$ را به دست آورید.

ضرورت ۲: $\frac{|x|-1}{|x|-2} \geq 0$

ضرورت ۱: $|x|-2 \neq 0$

$|x| \neq 2$
 \Downarrow
 $x \neq \pm 2 \checkmark$

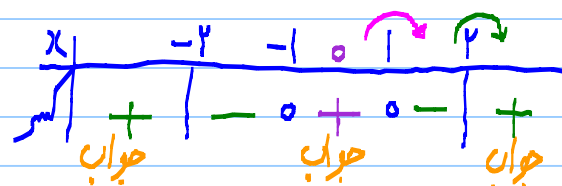
تعیین علامت
ریشه صورت
وخرج

$|x|=1, |x|=2$

\Downarrow

$x=1, x=-1, x=2, x=-2$

ریشه‌ها یک بار تکراری شوند علامت تغییر می‌دهیم



$D_f = (-\infty, -2) \cup [-1, 1] \cup (2, +\infty)$

(کشاورزی ۹۳)

مثال. تابع با ضابطه $f(x) = \frac{|x+4| - |x| - 4}{x}$ در کدام بازه معکوس پذیر است؟

(۴) $(-\infty, -4)$

(۳) $(-4, 0)$

(۲) $(0, +\infty)$

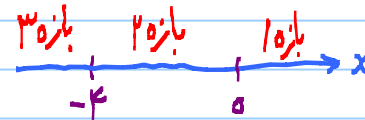
(۱) $(0, 0)$

$x \neq 0$ دامنه

f نیک به نیک $\Leftrightarrow f$ معکوس پذیر

ایده: قدر مطلق را ترجمه کنید یعنی با توجه به ریشه داخل قدر مطلق، بازه‌های متفاوت در نظر بگیرید. (صند ضابطه‌ای)

ریشه قدر مطلق: $x+4=0$ و $x=0 \Rightarrow x=-4, 0$



بازه ۱: $x > 0 \Rightarrow (0, +\infty) \Rightarrow f(x) = \frac{(x+4) - x - 4}{x} = 0$ تابع ثابت $\Rightarrow f$ نیک به نیک نیست

بازه ۲: $-4 < x < 0 \Rightarrow (-4, 0) \Rightarrow f(x) = \frac{(x+4) - (-x) - 4}{x} = 2$ تابع ثابت $\Rightarrow f$ نیک به نیک نیست

بازه ۳: $x < -4 \Rightarrow (-\infty, -4) \Rightarrow f(x) = \frac{-(x+4) - (-x) - 4}{x} = \frac{-1}{x} \Rightarrow f$ نیک به نیک است $\Rightarrow f$ معکوس پذیر

(۴) ✓

تابع جزء صحیح (براکت)

$[x]$ = بزرگترین عدد صحیح کوچکتر یا مساوی x

$[2,7] = 2$; $[-1,3] = -1$

$f(x) = [x]$ تابع براکتی

اعداد طبیعی: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

اعداد صحیح: $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

۱) دامنه = \mathbb{R} ; برد = \mathbb{Z} = اعداد صحیح = $\{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$

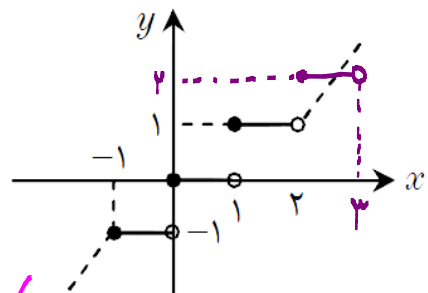
۲) $[x+k] = k + [x]$ $k \in \mathbb{Z}$

۳) $x-1 < [x] \leq x$; $[x] = x \iff x \in \mathbb{Z}$

۴) $0 \leq x - [x] < 1$ $x - [x] = \{x\}$ جزء کسری

۵) $[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & : x \in \mathbb{Z} \\ -1 & : x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$

۶) $[x] + [x + \frac{1}{n}] + \dots + [x + \frac{n-1}{n}] = [nx]$; $n \in \mathbb{N}$



$[x]$ تابع صعودی اما صعودی را بگیر
یعنی باشد.

(فلسفه علم ۹۰)

مثال. دامنه تابع $y = \sqrt{2 - [x]}$ برابر است با:

$(-\infty, 2]$ (۴)

$(-\infty, 2)$ (۳)

$(-\infty, 3]$ (۲)

$(-\infty, 3)$ (۱)

ضرورتی ۲ : $2 - [x] \geq 0 \Rightarrow [x] \leq 2$ $\xrightarrow{[x]=2 \text{ حاصل کنید}}$ $2 \leq x < 3$

چون $[x]$ صعودی است پس
 $x < 3$ یا صحیح برابر است.

(۱) ✓

مثال. دامنه و برد تابع $y = \frac{1}{\sqrt{[x]+[-x]+1}}$ کدام است؟ (می دانیم $[x]$ جز صحیح است). (علوم اقتصادی ۹۷)

$\mathbb{N}, \{1\}$ (۴)

$\mathbb{R}, (0,1)$ (۳)

$\mathbb{Z}, \{1\}$ (۲)

$\mathbb{R}, [0,1]$ (۱)

حساب ۲ $\xrightarrow{\text{در صورت ۱}} \xrightarrow{\text{در صورت ۲}}$ $\frac{1}{\sqrt{[x]+[-x]+1}} > 0$ \Rightarrow $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{0+1}} = 1 & : x \in \mathbb{Z} \\ \frac{1}{\sqrt{-1+1}} = 0 & : x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ $\Rightarrow D_f = \mathbb{Z}, R_f = \{1\}$ (۲) ✓

(کشاورزی ۸۸)

مثال. اگر $f(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$ باشد، دامنه تابع $f \circ g$ کدام است؟

$(-\infty, +\infty)$ (۴)

$(0, +\infty)$ (۳)

$[0, 1)$ (۲)

$(-1, 1)$ (۱)

$f \circ g(x) = f(g(x))$

$D_{f \circ g} = \{x \in D_g : g(x) \in D_f\}$ $D_g = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$ ✓ شرط ۱

شرط ۲: $g(x) \in D_f \Rightarrow$ $\frac{x}{1-x} \geq 0$ $x \neq 1$ $\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \xrightarrow{\text{اره: } x=0}$ $0 \leq x < 1$

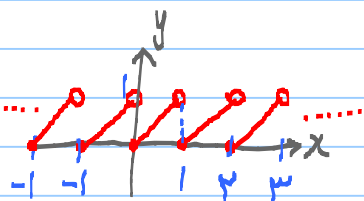
$0 \leq g(x) < 1 \Rightarrow 0 \leq x - [x] < 1$ $\xrightarrow{\text{وشرط ۱}} \xrightarrow{\text{همواره برقرار}} \Rightarrow x \in \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$ ✓

$D_{f \circ g} = (-\infty, +\infty)$ (۴) ✓ اشتراک (۱) و (۲)

$h(x) = x - [x]$

متناوب با دوره $T=1$

$0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = x$

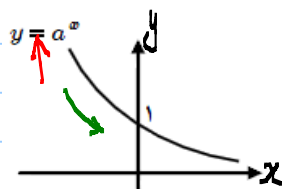


توضیح اضافی

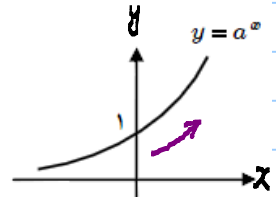
توابع نمایی

اگر $a > 0$, $a \neq 1$ آنگاه

$a^x = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_x$
 ← پایه



$0 < a < 1$
نزولی آید



$a > 1$
صعودی آید

$a \neq 1$, $a > 0$ تابع نمایی $f(x) = a^x$

۱) دامنه $= \mathbb{R}$; برد $= (0, +\infty)$

۲) $a > 1 \Rightarrow f$ صعودی آید (ب) $0 < a < 1 \Rightarrow f$ نزولی آید

$f(-\infty) = +\infty$; $f(-\infty) = 0$
 $f(+\infty) = 0$; $f(+\infty) = +\infty$

$e \approx 2,7$ عدد بی‌نهایت

۳) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$; $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

۴) $(a^b)^c = a^{bc}$ ۵) $f(0) = 1 \Rightarrow$ عرض از مبدأ f برابر یک است.

(مثالی غذایی ۹۴)

مثال. نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ نسبت به کدام مورد تقارن است؟

- محور x ها
- محور y ها
- مبدأ مختصات
- نیمساز ناحیه اول

در واقع باید بررسی کنیم تابع f زوج است یا فرد؟

f دامنه: $e^x - 1 \neq 0 \Rightarrow e^x \neq 1 \Rightarrow x \neq 0$ (۵) D_f متعادل است.

(۲) $f(-x) = (-x) \frac{e^{-x} + 1}{e^{-x} - 1} = -x \frac{1 + e^x}{1 - e^x} = x \frac{1 + e^x}{e^x - 1} = f(x) \Rightarrow f$ تابع زوج است \Rightarrow محور تقارن است

مثال. دامنه تابع $f(x) = \frac{e^{\sqrt{-x}}}{\sqrt{x^2 - x^4}}$ کدام است؟

(آما ۹۲)

$(-1, 1) - \{0\}$ ✓

$(-1, 1)$ ✓

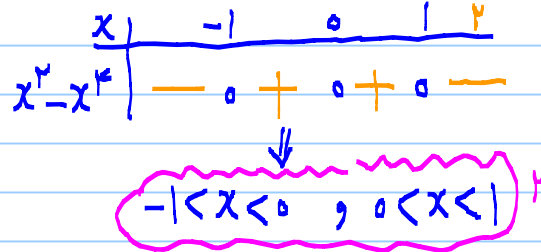
$(-1, 0]$ ✓

$(-1, 0)$ (۱)

$$\begin{cases} -x \geq 0 \\ x^2 - x^4 \geq 0 \\ x^2 - x^4 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 - x^4 > 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} x^2 - x^4 = 0 \Rightarrow x^2(1-x^2) = 0$$

ریشه: $x^2 - x^4 = 0 \Rightarrow x^2(1-x^2) = 0$

دامنه
اشتراک از ۱ و ۲
 $-1 < x < 0$
(۱) ✓



$$x^2(1-x)(1+x) = 0$$

$x = 1$ و $x = -1$ و $x = 0$ (دو بار تکرار)

(۹۰ MBA)

مثال. اگر $f(x) = 2^{1-|x|}$ و $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ باشد، دامنه تابع $g \circ f$ کدام است؟

$\mathbb{R} - (-1, 1)$ (۴)

$[1, +\infty)$ (۳)

$[-1, 1]$ (۲)

$[0, 1]$ (۱)

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f : f(x) \in D_g\}$$

شرط ۱: $f(x) \in D_g$

شرط ۲: $f(x) \in D_g$

شرط ۱: $f \text{ دامنه} = D_f = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

$$x - x^2 \geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 0 \leq x \leq 1$$

ریشه = ۰ و ۱

$$f(x) \in D_g \Rightarrow 0 \leq f(x) \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 2^{1-|x|} \leq 1$$

نتیجه: \Leftarrow نابرابری بزرگتر یا مساوی صفر برقرار است.

تابع زوج و طرف راستی آن می کشیم و سپس
تابع بیکیان شده را حذف کنید.

$$\Rightarrow \frac{1-|x|}{2} \leq 1 = 2^0 \xrightarrow[\text{چون } 2 > 1]{\text{معدول نموده بگیر}} 1-|x| \leq 0$$

$$\Rightarrow |x| \geq 1 \xrightarrow[\text{و بزرگی‌ها}]{\text{شرط ۲}} \boxed{x \geq 1 \text{ یا } x \leq -1}$$

$$\Rightarrow \text{اشتراک بین (۱) و (۲)} \Rightarrow D_f = [1, +\infty) \cup (-\infty, -1] = \mathbb{R} - (-1, 1) \quad (۴) \checkmark$$

(۹۵ MBA)

مثال. برد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{(1+2^x)^2}{2^x}$ کدام بازه است؟

$$f \text{ im } \mathbb{R}$$

$$(2, +\infty) \quad (۴)$$

$$[2, 4] \quad (۳)$$

$$(0, +\infty) \quad (۲)$$

$$[4, +\infty) \quad (۱)$$

$$f(x) = \frac{1 + 2^{2x} + 2 \cdot 2^x \cdot 2^x}{2^x} = 2^{-x} + 2^x + 2 = 2 + \left(2^x + \frac{1}{2^x}\right)$$

$$a = 2^x > 0 \Rightarrow 2^x + \frac{1}{2^x} = a + \frac{1}{a} \geq 2$$

$$\Rightarrow f(x) \geq 2 + 2 = 4 \Rightarrow R_f = [4, +\infty) \quad (۱) \checkmark$$

مثال. اگر $f(x) = x - [x]$ و $g(x) = 2^{-x}$ برد تابع $g \circ f$ کدام بازه است؟ (آییناری نه کشی، هواشناسی کشاورزی ۹۳)

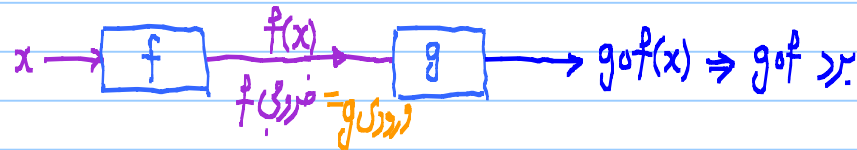
(۴) $[\frac{1}{2}, 1]$

(۳) $(\frac{1}{2}, 1]$

(۲) $[\frac{1}{2}, 1)$

(۱) $(\frac{1}{2}, 1)$

$g \circ f(x) = g(f(x)) = \dots\dots$



۱) ابتدا خروجی (برد) f را محاسبه کنید.

روش محاسبه برد $g \circ f$:
(بیرون تشکیل صراطه $g \circ f$)

۲) خروجی (برد) f را به عنوان ورودی (دامنه) g در نظر گرفته و برد g را محاسبه کنید. (یعنی برای $x \in R_f$ برد تابع $g(x)$ را محاسبه کنید)

مثال: $0 \leq f(x) < 1 \Rightarrow 0 \leq x - [x] < 1 \Rightarrow$ محاسبه برد f مرحله ۱

مرحله ۲: برد تابع $g(x) = 2^{-x}$ را برای $x \in R_f$ یعنی برای $0 \leq x < 1$ محاسبه کنید.

روش اول: ساختن تابع g از روی نامبرایی برای x :

$0 \leq x < 1 \Rightarrow -1 < -x \leq 0$ $\xrightarrow{\text{ارابه توان مخرجین}}$ $\frac{1}{2} < 2^{-x} \leq 1$ $\Rightarrow R_{g \circ f} = (\frac{1}{2}, 1]$
 $2 > 2^2 \Leftarrow$ معکوس کنید \Leftarrow جهت نامبرایی عوض نمی شود.

روش دوم: تابع $g = 2^{-x}$ یکسوی آلیه است برای محاسبه برد مقدار g در ابتدا و انتهای (اوه) محاسبه می شود. $g(0) = 1$ و $g(1) = \frac{1}{2}$ \Rightarrow برد $g \circ f = (\frac{1}{2}, 1]$

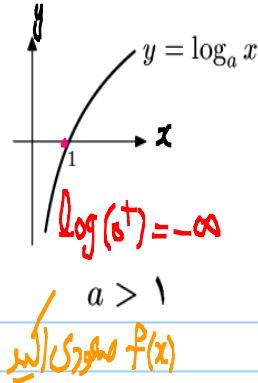
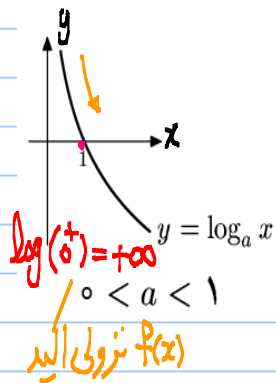
توابع لگاریتمی

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81 \Rightarrow 3^? = 81 \Rightarrow ? = \log_3 81$$

اگر $a > 0, a \neq 1$ داریم تابع a^x تابعی یک‌سوی اکید \Leftarrow تابع معکوس دارد \Leftarrow تابع معکوس را a و در نظریه بگیریم.

«تابع معکوس» $\Leftrightarrow x = a^y \Leftrightarrow y = \log_a x$ (مبنای تابع)

$f(x) = \log_a x \quad a > 0, a \neq 1$



✓ 1) $\log_a 1 = 0$; $\log_a a = 1$

$x > 0, y > 0, a > 0, a \neq 1$

✓ 2) $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$; $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

✓ 3) $\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x$; $\log_a x^\beta = \frac{1}{\beta} \log_a x \quad (\beta \neq 0)$

4) $\log_y x = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ تغییر مبنای $\Rightarrow \log_y x = \frac{\ln x}{\ln y} \quad y \neq 1$

دامنه $f(x)$ بر $(0, +\infty)$ و برد \mathbb{R} است.
مردودیت 3: عبارت تحت رگانه همواره مثبت است.

$\log_{10} = \log$ اعشاری

$\log_e = \ln$ طبیعی

$e \approx 2.7$ عدد بی‌نهایت

5) $\log_y x = \frac{1}{\log_x y}$

✓ 6) $x^{\log_a y} = y^{\log_a x} \Rightarrow a^{\log_a x} = x$ «تابع معکوس»

✓ 7) $x^y = a^{y \log_a x} \Rightarrow x^y = e^{y \ln x}$
 $a = e$

$\log \leftarrow \log$ درستی ۱۰.

مثال. اگر $\log_2 = \alpha$ و $\log_3 = \beta$ حاصل $\log_{10} 12$ را بر حسب α و β به دست آورید.

بر حسب ۲ و ۳ و ۱۰ بنویسید.

$$\log_{10} 12 = \log_{10} 2^2 \times 3 = \frac{(2-\beta)}{1} = \frac{2}{1} \log_{10} (2^2 \times 3) = \frac{2}{1} - \frac{1}{1} (\log_2 + \log_3)$$

$$= -\frac{1}{1} (2 \log_2 + \log_3) = -\frac{1}{1} (2\alpha + \beta) = -\alpha - \frac{1}{1}\beta$$

مثال. اگر $x = \frac{1}{3}(1 + \sqrt{2}) - \frac{1}{3}(1 - \sqrt{2})$ باشد، $\log(x^3 - 3x)$ چند برابر $\log 2$ است؟
(دکتری سنجش از دور و سامانه اطلاعات جغرافیایی ۹۷)

$\frac{4}{3}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$x = a - b$

$\frac{2}{3}$ (۱)

$$x^3 - 3x = (a-b)^3 - 3(a-b) = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 3(a-b)$$

$$= (1 + \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2}) - 3ab(a-b) - 3(a-b) \stackrel{(*)}{=} 2\sqrt{2} + 3(a-b) - 3(a-b) = 2\sqrt{2}$$

$$ab = (1 + \sqrt{2})^{\frac{1}{3}} (1 - \sqrt{2})^{\frac{1}{3}} = \frac{(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})}{1} = (-1)^{\frac{1}{3}} = -1$$

مزدج = $1^2 - (\sqrt{2})^2 = -1$

$$\Rightarrow \log(x^3 - 3x) = \log 2\sqrt{2} = \log(2^{\frac{3}{2}}) \stackrel{\text{الف-۳}}{=} \frac{3}{2} \log 2 \quad (۳) \checkmark$$

مثال. حاصل $[\log_2 300]$ چند است؟

(۱) صفر (۲) ۹ (۳) ۱

(فلسفه علم ۸۷)

مبنای لگاریتم

(۴) ۸

(۳) ۱

باید یقین کنیم عدد ۳۰۰ بین کدام دو توان صحیح و مساوی قرار دارد.

$$2^8 = \dots = 256; \quad 2^9 = \dots = 512 \Rightarrow 2^8 < 300 < 2^9$$

$$\Rightarrow \log_2 2^8 < \log_2 300 < \log_2 2^9 \Rightarrow [\log_2 300] = 8$$

(۴) ✓

(۹۰ MBA)

مثال. معادله قرینه نمودار تابع $f(x) = \log \frac{x-1}{x+1}$ نسبت به مبدأ مختصات کدام است؟

(۴) $y = \log \frac{x+1}{x-1}$

(۳) $y = \log \frac{1+x}{1-x}$

(۲) $y = \log \frac{1-x}{1+x}$

(۱) $y = \log \frac{x-1}{x+1}$

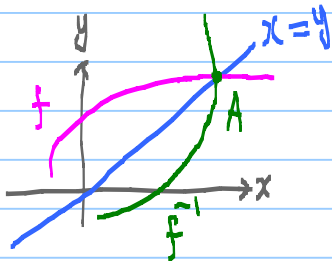
قیمت ۱ و دیگری ۳ ← کافی است در معادله نمودار $y = f(x)$ از تبدیل $x \rightarrow -x$ و $y \rightarrow -y$ استفاده کنید.

$$y = \log \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow -y = \log \frac{-x-1}{-x+1} \Rightarrow y = -\log \frac{-x-1}{1-x} = \log \frac{x+1}{x-1}$$

$$\stackrel{\text{الف-۳}}{=} \log \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{-1} = \log \frac{x-1}{x+1} \quad (۱) \checkmark$$

توجه کنید که قرینه نمودار f نسبت به مبدأ همان معادله f تبدیل منسوخ ← تابع f فرد است.

نکته. برای $a \neq 0$ تابع $f(x) = \log \frac{x-a}{x+a}$ تابعی فرد است.



مثال. نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x + \ln(x-1)$ با نمودار معکوس آن در نقطه A متقاطع هستند. فاصله نقطه A تا مبدأ مختصات کدام است؟

سئود هندسی: نقطه تقاطع نمودار f با خط $y=x$ نقطه تقاطع f و f^{-1} نیز خواهد بود. \leftarrow تقاطع f و خط $y=x$

$$f(x) = x \Rightarrow x + \ln(x-1) = x \Rightarrow \ln(x-1) = 0 \Rightarrow x-1 = 1 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow A(2, 2)$$

$$\text{فاصله } A \text{ تا مبدأ} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2} \quad (3) \checkmark$$

مثال. اگر $f(x) = 2^{\frac{1}{x}}$ و $g(x) = \log_x 2$ باشند، نمودار تابع $f \circ g$ در کدام نقاط با منحنی $y = x^2 - x$ مشترک هستند؟

ضابطه $f \circ g$ حساب کنید \Rightarrow نقطه تقاطع $f \circ g$ با $y = x^2 - x$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f\left(\log_x 2\right) = 2^{\frac{1}{\log_x 2}} = 2^{\frac{\log_x x}{\log_x 2}} = 2^{\frac{1}{\log_x 2}} = x \Rightarrow f \circ g(x) = x$$

تقاطع: $x^2 - x = x \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 0, 2$ دامنه $\rightarrow \boxed{x=2}$ (3) \checkmark

مثال. دامنه تابع $f(x) = (\log_{\frac{1}{3}} x)^{x^2+1}$ را محاسبه نمایید.

نکته. در توابع $u(x)^{v(x)}$ طبق تعریف در محاسبه دامنه باید $u(x) > 0$.

پایه \rightarrow $\log_{\frac{1}{3}} x > 0 \Rightarrow x < 1$ (نزدوی الی)

نکته \rightarrow $\log_{\frac{1}{3}} x < 0 \Rightarrow x > 1$ (دوروی الی)

مجموعاً \rightarrow $x > 0$

صحت مابرابری را برعکس می کنند

اشتراک $\Rightarrow D_f = (0, 1)$

(فلسفه علم ۸۸)

مثال. دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{1 - \log(4x^2 - 6x)}}{[x] + 1}$ کدام است؟

(۴) $(\frac{3}{4}, \frac{5}{4}]$

(۳) $[1, \frac{3}{4}]$

(۲) $(-\frac{3}{4}, -1)$

(۱) $(-\frac{5}{4}, -1)$

محدودیت‌های ذاتی:

$$\begin{cases} \text{محدودیت ۱} \Rightarrow [x] + 1 \neq 0 & (1) \\ \text{محدودیت ۲} \Rightarrow 1 - \log(4x^2 - 6x) \geq 0 & (2) \\ \text{محدودیت ۳} \Rightarrow 4x^2 - 6x > 0 & (3) \end{cases}$$

حل (۱): $[x] \neq -1$ است بازه $[x] = -1$ جواب \Rightarrow جواب $= \mathbb{R} - [-1, 0) = (-\infty, -1) \cup [0, +\infty)$

حل (۲): $\log(4x^2 - 6x) \leq 1$

$\log x$ صعودی/کاهنده

صحت با برابری تغییر نمی‌کند

$4x^2 - 6x \leq 10$

$4x^2 - 6x - 10 \leq 0$

$a+c=b$

تعیین علامت

$-1 \leq x \leq \frac{5}{4}$

جواب ۲ $= [-1, \frac{5}{4}]$

ریشه $= -1$ و $\frac{5}{4}$

حل ۳ $\Rightarrow 4x^2 - 6x > 0$

تعیین علامت

جواب ۳ $= (-\infty, 0) \cup (\frac{3}{4}, +\infty)$

ریشه $= 0$ و $\frac{3}{4}$

اشتراک بین (۱) و (۲) و (۳) $\Rightarrow D_f = (\frac{3}{4}, \frac{5}{4}]$

(۴) ✓

مثال. برد تابع $f(x) = \sqrt{\log_2(\lambda x - x^2)}$ کدام فاصله است؟

(۱) $[0, 2]$ (۲) $[0, 2]$ (۳) $(0, 4]$ (۴) $[0, +\infty)$

نکته \Rightarrow $y = 1x - x^2$ $a < 0$

$x_0 = -\frac{b}{2a} = 4$

$y(4) = 32 - 16 = 16 = \max$

$\Rightarrow 1x - x^2 \leq 16$

$\log_2(1x - x^2)$ \log_2 صعودی است \Rightarrow $\log_2(1x - x^2) \leq \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$

$\Rightarrow \log_2(1x - x^2) \leq 4$

$\Rightarrow \log_2(1x - x^2) \leq 4$

$f(x) = \sqrt{\dots}$ $\Rightarrow 0 \leq \sqrt{\log_2(\dots)} \leq \sqrt{4} \Rightarrow 0 \leq f(x) \leq 2$ (۱)✓

همواره فرومی راند که فرض زوج نامنفی است.

مطالب تدریس شده در قسمت دوم ریاضی پایه

- صفحه ۱۷۷ الی ۱۸۷ و صفحه ۲۰۶ الی ۲۱۳ از کتاب ریاضی و آمار مقدماتی
- صفحه ۲۲ و صفحه ۳۱ الی ۳۳ از جلد اول کتاب ریاضی ۱

تکالیف:

- حل سوالات (مثال یا تست) صفحه های تدریس شده از هر کتاب

مطالبی که در قسمت سوم ریاضی پایه تدریس می شود:

- مثلثات (توابع مثلثاتی و معکوس آنها)

مشاوره و رفع اشکال :

masoudaghasi1395@gmail.com

برنامه دوره های ریاضی عمومی و معادلات آنلاین برای کنکور ۱۴۰۳

برای ثبت نام در کلاسهای آنلاین (ویژه کنکور ۱۴۰۳) می توانید از لینک های زیر استفاده نمایید:

- <https://b2n.ir/da1403> کلاس درس و تست ۱۰۰+۱۵ ساعتی ریاضی عمومی
- <https://b2n.ir/te1403> کلاس نکته و تست ۵۰ ساعتی ریاضی عمومی
- <https://b2n.ir/mo1403> جمع بندی ریاضی عمومی ۲۵ ساعتی (بر اساس باکس مطالب مشابه)
- <https://b2n.ir/pa1403> پکیج کلاس درس+نکته+جمع بندی ۱۹۰ ساعتی ریاضی عمومی
- <https://b2n.ir/ta1402> ویدیو و جزوه رایگان تدریس ریاضی پایه در ۱۵ ساعت
- <https://b2n.ir/eq1403> کلاس درس و تست ۵۰ ساعتی معادلات دیفرانسیل
- <https://b2n.ir/fe1402> ویدیو و جزوه درس و تست فشرده ۱۶+۵۰ ساعتی ریاضی عمومی
- <https://b2n.ir/wb1403> وینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی عمومی (فاز اول) برای کنکور ۱۴۰۳
- <https://b2n.ir/wbb1403> وینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز ۲ و ۳) برای کنکور ۱۴۰۳
- <https://b2n.ir/ja1402> کارگاه رایگان حل تست جامع ریاضی (تستهای کنکور ۹۶ به بعد رشته های مختلف)
- <https://b2n.ir/fm1402> کارگاه رایگان تدریس اعداد مختلط (جلسه ۹ کلاس درس و تست)

- ✓ پکیج ۱۹۰ ساعتی کاملترین دوره ریاضی عمومی است و تخفیف بالاتری نسبت به سایر دوره ها خواهد داشت.
- ✓ دوستانی که از دوره رایگان ریاضی پایه استفاده کرده اند، در صورت تمایل برای ثبت نام در هر یک از دوره های (درس، نکته، جمع بندی، پکیج) از کد تخفیف **PAYE10** استفاده نمایند تا از ۱۰٪ تخفیف اضافه تر بهره مند گردند.

توجه: در صورت بروز مشکل در استفاده از لینک های بالا، برای دریافت لینک فعال یا ثبت نام به صفحه اول سایت <https://negareh.ac.ir/aghasi> یا www.m-aghasi.ir یا کانال تلگرام [@math_equation](https://t.me/math_equation) مراجعه یا از طریق آیدی تلگرام [@math_admin77](https://t.me/math_admin77) یا ایمیل زیر پیگیری نمایید:

ایمیل برای مشاوره یا رفع اشکال: masoudaghasi1395@gmail.com