

# کلاس درس و تست آنلاین ریاضی عمومی



**مدرس: مسعود آقاسی**

**@math\_equation**

**www.m-aghasi.com**

**masoudaghasi1395@gmail.com**

## منابع لازم برای دوره درس و تست آنلاین ریاضی



ریاضی عمومی ۲ - جلد اول

خرید اینترنتی: <https://b2n.ir/159552>



ریاضی عمومی ۱ - جلد اول

خرید اینترنتی: <https://b2n.ir/457371>

فصل ۱ تابع

(کشاورزی ۸۲، منابع - آزاد ۹۰)

مثال ۱. (تست ۱۲ صفحه ۳۰ جلد اول) دامنه تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{\pi - 3 \operatorname{Arccos} x}$  کدام است؟

(۴)  $[\frac{1}{2}, 1]$

(۳)  $[\frac{1}{2}, 0]$

(۲)  $[\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}]$

(۱)  $[\frac{1}{2}, -1]$

حدودت ۳  $\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \checkmark \\ \pi - 3 \operatorname{Arccos} x \geq 0 \end{cases}$  (۱)

حدودت ۲  $\operatorname{Arccos} x \leq \frac{\pi}{3} = \operatorname{Arccos} \frac{1}{2} \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \checkmark$  (۲)

مصرف تابع باستان  
Arccos نزولی الیگد هت با برابری برعکس می شود !!

$D_f = [\frac{1}{2}, 1]$  (۱) و (۲) اشتراک

(MBA ۱۴۰۱)

$e \approx ۲,۷$  علامت

$\ln = \log_e$

(۴)  $[2, +\infty)$

(۳)  $(1, 2]$

(۲)  $(-\infty, 2]$

(۱)  $(-\infty, 1)$

مثال ۲. دامنه تابع ضابطه  $f(x) = \sqrt{\ln(\frac{x-3}{-x+1})}$  کدام است؟

فرضه زوع

حدودت ۱  $-x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \checkmark \checkmark$

حدودت ۳  $\frac{x-3}{-x+1} > 0 \checkmark$  بی ضال !!

حدودت ۲  $\ln \frac{x-3}{-x+1} \geq 0 = \ln 1 \Rightarrow \frac{x-3}{-x+1} \geq 1 \Rightarrow \frac{x-3}{-x+1} - 1 \geq 0$

هت با برابری خط می شود !!

$\Rightarrow \frac{2x-4}{-x+1} \geq 0$  بول  $\Rightarrow 1 < x \leq 2 \checkmark$  تعیین علامت  $\Rightarrow$  ریشه: ۱ و ۲

x	0	1	1/5	2	1000
کسر	-	-	+	0	-

(۳) ✓

مثال ۲. بر تابع  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} + 9 \ln \sqrt{x^2 + e}}}$ ، کدام است؟

(۰, ۱] ۴

$(0, \sqrt{\frac{2}{3}}]$  ۳

$[\sqrt{\frac{2}{3}}, 1]$  ۲

$(0, \frac{1}{2}]$  ۱

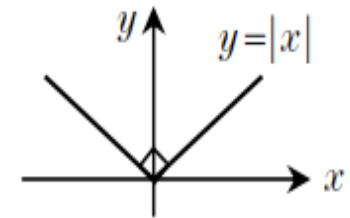
ایده ساختن تابع!! از داخلی ترین متغیر شروع کنید.

$0 \leq x^2 < +\infty \rightarrow e \leq x^2 + e < +\infty \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \sqrt{e} \leq \sqrt{x^2 + e} < +\infty \xrightarrow{\ln} \ln \sqrt{e} < \ln \sqrt{\dots} < +\infty$

$\rightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} + 9 \ln \dots < +\infty \xrightarrow{\frac{1}{\sqrt{\quad}}} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}}} \leq \frac{1}{\sqrt{\dots}} < +\infty$

برعکس  $\rightarrow \frac{1}{2} \geq f(x) > \frac{1}{\infty} \Rightarrow 0 < f(x) \leq \frac{1}{2} \quad (1) \checkmark$

(مستطی ساز) تابع قدر مطلق  $|x| = \begin{cases} x & : x \geq 0 \\ -x & : x < 0 \end{cases}$



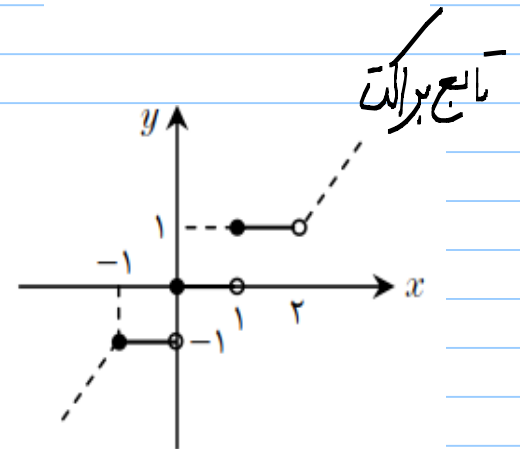
$|\sqrt{2}| = \sqrt{2}$  (مستطی) و  $|-1/5| = -(-1/5) = 1/5$  (منفی)

بزرگترین عدد صحیح کمتر یا مساوی  $x$   $[x] =$

i)  $[x] \leq x \checkmark$

ii)  $[x] = x \Leftrightarrow x \in \mathbb{Z}$

$[1.7] = 1$  و  $[-1.5] = -2$



مثال ۴. دامنه تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{[x] - |x|}$  کدام است؟

Z-N (۴)

$\mathbb{N} \cup \{0\}$  (۳)

$\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$  (۲)

Z (۱)

$x=0$ : ریشه قدرمطلق  $\Rightarrow$  قدرمطلق را بر چه کنید!!  $\rightarrow$   $[x] - |x| \geq 0 \checkmark$  : ضرورت ۲

حالت ۱:  $x \geq 0$ :  $[x] - |x| = [x] - x \geq 0 \Rightarrow [x] \geq x$   $\xrightarrow{\text{بزرگی}}$   $[x] = x$   $\xrightarrow{\text{نی}}$   $x \in \mathbb{Z}$  اشتراک  $x=0, 1, 2, \dots$   $\xrightarrow{\mathbb{N}}$   $\mathbb{N} \cup \{0\} = W$  جواب

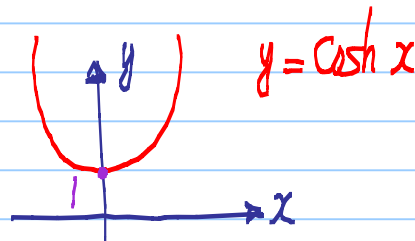
حالت ۲:  $x < 0$ :  $[x] - |x| = [x] + x \geq 0 \rightarrow$  غیر ممکن است  $\Rightarrow$  جواب =  $\emptyset$

اصابع حالت ۱ و حالت ۲  $\rightarrow D_f = \mathbb{N} \cup \{0\}$  (۳)  $\checkmark$

توابع هیپربولیک:  $e \approx 2,7$

۱)  $sh x = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

۲)  $ch x = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$



$\cosh(\dots) \geq 1 \checkmark$

$\cosh(\dots) = 1 \Rightarrow \dots = 0$

۳)  $th x = \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$

۴)  $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

۵)  $\sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

۶)  $\cosh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$

۷)  $\operatorname{tgh}^{-1} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$

مثال ۵. فرض کنید  $f(x) = \cosh(\sinh^{-1} x)$ . مقدار  $f(1)$  کدام است؟

$$f(1) = \cosh(\sinh^{-1} 1) = \cosh \alpha = ? \quad \sinh^{-1} 1 = \alpha \rightarrow \sinh \alpha = 1 \quad \checkmark$$

تذکره:  $x^2 = y \rightarrow x = \pm \sqrt{y}$

$$\cosh^2 \alpha = 1 + \sinh^2 \alpha = 1 + 1^2 = 2 \quad \sqrt{\quad} \rightarrow \cosh \alpha = \pm \sqrt{2}$$

مؤثر  $\rightarrow \cosh \alpha = \sqrt{2} \quad (3) \checkmark$

مثال ۶. (تست ۲ صفحه ۷۴۷ جلد دوم) تعداد زوج مرتب‌های  $(x, y)$  که در معادله  $x^2 + \cosh(xy)(2x + \cosh(xy) + 1) - 1 = 0$

(عمران ۹۰)

معادله را حل کنید!!

صدق می‌کنند، برابر است با:

$$\text{معادله: } x^2 + 2x \cosh(xy) + \cosh^2(xy) + \cosh(xy) - 1 = 0$$

آمار اول جبر

$$\Rightarrow \underbrace{(x + \cosh(xy))^2}_{\text{بزرگتر یا مساوی صفر}} + \underbrace{\cosh(xy) - 1}_{\text{بزرگتر، مساوی صفر}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + \cosh(xy) = 0 \Rightarrow x = -1 \\ \cosh(xy) - 1 = 0 \Rightarrow \cosh(xy) = 1 \end{cases}$$

خواص  $\cosh(-y) = 1 \leftarrow -y = 0 \leftarrow y = 0$  جواب  $(-1, 0) = (x, y)$   $(3) \checkmark$

مثال ۷. (تست ۱۲۲ صفحه ۸۵۳ جلد دوم) فرض کنید  $\sinh c = \frac{3}{4}$  و  $\ln(e^x + \sqrt{e^{2x} + 1}) = c$  در این صورت مقدار  $x$  بر حسب

معادله را حل کن!! (مواد ۹۱)

$(e^x)^2$

$\ln 3$  و  $\ln 2$  کراست؟

$\ln 3 - 2 \ln 2$  (۴)

$\ln 3 - \ln 2$  (۳)

$\frac{1}{4} \ln 3 - \ln 2$  (۲)

$\frac{1}{4} (\ln 3 - \ln 2)$  (۱)

$\sinh c = \frac{3}{4} \implies c = \sinh^{-1} \frac{3}{4}$   ~~$\frac{3}{4}$~~

معادله معادله:  ~~$\sinh e^x = c = \sinh \frac{3}{4}$~~

$\implies e^x = \frac{3}{4}$

$\ln \rightarrow x = \ln \frac{3}{4} = \ln 3 - \ln 4$

$= \ln 3 - 2 \ln 2$

۵)  $\sinh^{-1} x = \ln \left( \frac{e^x}{2} + \sqrt{\frac{e^{2x}}{4} + 1} \right)$

(۴) ✓

حد و پیوستگی

فصل ۲

مثال ۱. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x}{[x^2]}$  چقدر است؟

وجود ندارد.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x}{[x^2]} = \frac{1}{0 \text{ مطلق}} = ?$

حساب دامنه تابع کسری:  $[x^2] = 0 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 1 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$

دامنه  $= \mathbb{R} - (-1, 1)$

مثال ۲. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - 2 \cos x}{3 \sin x - 1}$  چقدر است؟

حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - 2 \cos x}{3 \sin x - 1} = \frac{1 - 2}{3 \cdot 0 - 1} = \frac{-1}{-1} = 1$

علامتی:  $\frac{-}{-} = +$

صفر صفری:  $\frac{0}{0}$

بزرگی کنوایی: مشتق  $= \underbrace{\cos x}_{+} \cdot \underbrace{3}_{+} \cdot \underbrace{\ln 3}_{+} - 0 > 0 \Rightarrow$  صعودی/کند

$a^u \xrightarrow{\text{مشتق}} u' a^u \ln a$



مثال ۳. حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \sqrt[4]{\cot x - 1}$  مقدار است؟

وجود ندارد  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \sqrt[4]{\cot x - 1} = \sqrt[4]{1-1} = \sqrt[4]{0} = 0$

نزولی الکی  $\Rightarrow 0 < -(1 + \cot^2 x) = -\text{مشتق}$  : بررسی کنی برای

دو سگای ۳-

(MBA ۱۴۰۲)

مثال ۴. تابع  $f(x) = \frac{[x^2] - x^2}{|x| + [x] + 2}$  مفروض است. مقدار  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  کدام است؟

نزولی الکی  $\Rightarrow -4 < 2x = -\text{مشتق}$   $\rightarrow x^2 = \text{داخل}$

(۴)  $-\frac{5}{2}$

(۳)  $-\frac{1}{2}$

(۲) صفر

(۱)  $\frac{1}{2}$

جواب =  $\frac{[9^-] - 9}{|3| + [-3^+] + 2} - \frac{[9^+] - 9}{|3| + [-3^-] + 2} = \frac{1-9}{3+(-3)+2} - \frac{9-9}{3+(-4)+2} = \frac{-1}{2}$  (۳) ✓

حالات مبهم

مهمترین حالت  $\frac{0}{0}$  یا  $\frac{\infty}{\infty}$

مبهم  $\frac{0}{0}$  : علامتی

$f(x) = \frac{(3-[x])|x-2|}{(x+2)(x-2)}$

مثال ۵. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  برای  $f(x) = \frac{(3-[x])\sqrt{x^2-4x+4}}{x^2-4}$  را به دست آورید.  $(x-2)^2$  آنجا را

ترجیحاً قدر مطلق !!

تذکر:  $\sqrt{u^2} = |u|$

حد راست:  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{(3-[2^+])(x-2)}{4(x-2)} = \frac{1}{4}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{(3-[2^-])(2-x)}{4(x-2)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

چون حد راست و صواب نابرابر هستند  $\leftarrow$  حد وجود ندارد.

هم‌ارزی

تعریف: اگر  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$  آنگاه  $f(x) \sim_{x \rightarrow a} g(x)$

قواعد هم‌ارزی در صفر ( $x \rightarrow 0$ )

$4x^3 + 7x \sim 7x$

۱) جمله کمترین توان  $\sim$  جمله‌های

۲) مانون ۶ گانه:  $\sin x, \operatorname{tg} x, \sinh x, \operatorname{tgh} x, e^x - 1, \ln(1+x) \sim x$

مانون ۴ گانه:  $\sin^{-1} x, \operatorname{tg}^{-1} x, \sinh^{-1} x, \operatorname{tgh}^{-1} x \sim x$

۳)  $1 - \cos^\alpha x \sim \frac{\alpha}{2} x^2 \Rightarrow 1 - \cos x \sim \frac{1}{2} x^2$  ( $\alpha=1$ )

۴) هم‌ارزی برزلی:  $(1+x)^\alpha - 1 \sim \alpha x$

تذکره:  $\operatorname{tg} \left( \frac{1}{x} \right) \sim \frac{1}{x}$  ( $x \rightarrow \infty$ )  
 $\sinh(x-2) \sim x-2$  ( $x \rightarrow 2$ )

مبهم  $\frac{0}{0}$ : علامت‌زایی

مثال ۶:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+e^x+x) \sinh^2 x}{x \tan^{-1} x}$  حاصل  
با بیابید.  $\rightarrow$  ۶ گانه

عبارت  $\sim \frac{x^2}{(x)(4x)} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$2 \sim$  عبارت  $\Rightarrow$  صواب عبارت  $0+1+1=2$  است  
نکته ۴

مثال ۷. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{1 - \sqrt{1+x^2}}$  کدام است؟

(۲) -۲

(۱)  $-\frac{1}{2}$

معمود = 0

بصفتی می کند  $\alpha$  بزرگی

$$\text{مخرج} = -\left((1+x^2)^{\frac{1}{2}} - 1\right) \sim -\frac{1}{4}x^2$$

$$\text{صورت} = \ln(\cos x) = \ln(1 + (\cos x - 1)) \sim \cos x - 1$$

$g(x)$  بصفتی می کند

$$\text{بارت} \sim \frac{\cos x - 1}{-\frac{1}{4}x^2} \sim \frac{-\frac{1}{2}x^2}{-\frac{1}{4}x^2} = 2$$

توجه داشته باشید!!  $\ln y \sim y - 1$   $y \rightarrow 1$  نکته

بصفتی ها

مثال ۸. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)(2^x - 1)}{(\arcsin x)^2}$  کدام است؟

(۲)  $\ln 2$

بصفتی ها

(۱)  $\frac{1}{2} \ln 2$

(۳)  $2 \ln 2$

(۴)  $(\ln 2)^2$

معمود = 0 :  $\frac{0}{0}$  :  $\frac{0}{0}$  (ملانیک ۹۰)

$$\text{عبارت} \sim \frac{x \cdot x \ln 2}{x^2} = \ln 2$$

$x \rightarrow 0$  :  $\frac{x \ln 2}{x} - 1 = e - 1 \sim x \ln 2$

توجه داشته باشید:  $u = e^v$   $v \ln u$

نکته ۲:  $a^x - 1 \sim x \ln a$   $x \rightarrow 0$   $a \neq 1$  و  $a > 0$

فرمول‌های مک‌لورن

$$1) \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

$$2) \operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \dots$$

$$3) e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots$$

$$4) \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$$

م‌آزری قوی!!

۲) همه توابع را می‌توان مک‌لورن نوشت.

۱) مک‌لورن توابع را می‌توان نوشت که طلبه‌ای باقی بماند

در محاسبه حد  $\frac{0}{0}$   
در جمع و تفریق

قاعده ۳: درجه اگر خارج کسر هم از  $x^n$  باشد، کافی است مک‌لورن صورت را تا  $x^n$  بنویسید

تست کلمبر

(عمران ۹۳)

$$\frac{0}{0} = \text{مبهم}$$

مثال ۹. مقدار  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - xe^{x^2} + \frac{7x^3}{6}}{\sin^2 x \sin x^2}$  کدام است؟

$$\frac{61}{120} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{120} \quad (۳)$$

$$-\frac{59}{120} \quad (۲)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (۱)$$

مخرج کسرها را بر  $x^5$  ضرب می‌کنیم.  $x^3$  است پس بنابر قاعده (۳) مکتوب صورت را تا  $x^5$  بسازیم.

$$\text{صورت} \sim \left(x - \frac{x^3}{4} + \frac{x^5}{120}\right) - x \left(1 + x^2 + \frac{x^4}{2}\right) + \frac{7}{6} x^3 = \left(\frac{1}{120} - \frac{1}{2}\right) x^5 = -\frac{59}{120} x^5 \quad \checkmark$$

جواب  $-\frac{59}{120}$  است  $\checkmark$  (۲)

مثال ۱۰. (مثال ۱۰ صفحه ۷۱ جلد اول) مطلوب است مناسبه  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x + \cos x - 2}{\sqrt{1+x^2} - 1}$

$$\frac{0}{0} = \text{مبهم}$$

$$x^2 \frac{1}{3} \sim \frac{1}{3} x^2 \quad \text{بزرگی}$$

روش اول. بنابر قاعده (۳) مکتوب صورت را تا  $x^2$  بسازید.

$$\text{صورت} \sim \left(1 + x + \frac{x^2}{2}\right) - (x + 0x^2) + (1 - \frac{x^2}{2}) = \dots = 0 \quad \text{نکته} \rightarrow \text{جواب} = 0$$

~~$$\text{روش دوم. صورت} = (e^x - 1) - \sin x + (\cos x - 1)$$~~

~~$$\sim x - x + \left(-\frac{x^2}{2}\right) = -\frac{1}{2} x^2 \Rightarrow \frac{-\frac{1}{2} x^2}{\frac{1}{3} x^2} = -\frac{3}{2}$$~~

نا درست است!!

توصیه: در جمع و تفریق با رعایت قوانین (۱) و (۲) با هم یا قاعده (۳) به تنهایی از مک لورن استفاده کنید.

قواعد هم‌ارزی در بی‌نهایت  $x \rightarrow \pm\infty$

۱) جمله پیر توان  $\sim$  چند جمله‌ای

$$۲) \sqrt[n]{x + bx^{n-1} + \dots} \sim \begin{cases} x + \frac{b}{n} & : \text{فرد } n \\ |x + \frac{b}{n}| & : \text{زوج } n \end{cases}$$

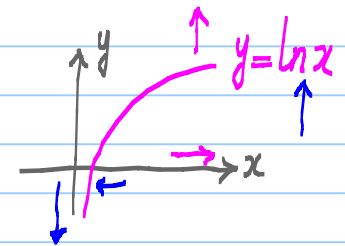
هم‌ارزی رادیکال‌ها

۳)  $[x] \sim x \Rightarrow [g(x)] \sim g(x) \quad : \quad g(x) \rightarrow \pm\infty$

تعریف: اگر  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$   $\sim$  نگاه  $g(x) \gg f(x)$

۴) قوانین رشد:

$x \rightarrow +\infty$ :  $b^x \gg a^x \gg x^\alpha \gg (\ln x)^\beta$   
 $b > a > 1$  ;  $\alpha > 0$  ,  $\beta > 0$



مثال ۱۱. حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[x]^\mu e^{2x}}{e^{3x} + x^{100} - \log x}$  ؟  
 (۳)  $x^\mu$

کدام  $x^\alpha$   $\leftarrow$  رشد نامی بهتر است

عبارت  $\sim \frac{x^\mu e^{2x}}{e^{3x}} = \frac{x^\mu}{e} \rightarrow 0$

رشد منفرجه از صورت بهتر است

مثال ۱۲. (تست ۲۹ صفحه ۱۱۶ بلد اول) حاصل عبارت  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+2^{\frac{1}{x}}}{3+2^{\frac{1}{x}}}$  کدام است؟ (منابع ۷۹، مکانیک - آزار ۸۳، مکانیک و ژئوفیزیک - آزار ۹۰)

(۴) فاخر هر است.

$$x \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow \pm \infty \Rightarrow 2^{\frac{1}{x}} \rightarrow 2^{\pm \infty} \rightarrow \frac{1}{3} \quad (۱) \quad \frac{2}{5}$$

حاصل:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (\dots) = \frac{1+2^{-\infty}}{3+2^{-\infty}} = \frac{1+0}{3+0} = \frac{1}{3}$$

عبارت‌سازی (۴) ✓

نتیجه:

$$a = \begin{cases} +\infty & : u \rightarrow +\infty \\ 0 & : u \rightarrow -\infty \end{cases} \quad a > 1$$

حاصل:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\dots) = \frac{\infty}{\infty} \sim \frac{2^{\frac{1}{x}}}{2^{\frac{1}{x}}} = 1$$

$x \rightarrow 0^+$

$$\frac{1}{x} \rightarrow +\infty \Rightarrow 2^{\frac{1}{x}} \rightarrow +\infty$$

(۱۴۰۰ MBA)

$$1+2^x \rightarrow 1+2^{-\infty} = 1+0 = 1$$

(۴)  $+\infty$

مثال ۱۳. حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(1+3^x)}{\ln(1+2^x)}$  کدام است؟  $\frac{0}{0}$  مبهم!!

(۱) صفر

(۲)  $\frac{\ln 2}{\ln 3}$

(۳)  $\frac{\ln 3}{\ln 2}$

عبارت

$$\frac{3^x}{2^x} = \left(\frac{3}{2}\right)^x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{-\infty} \rightarrow 0 \quad (۱) \checkmark$$

تبدیل

حالت مبهم  $\infty \times \infty$  و  $\infty - \infty$

$\infty \times \infty$ :

$$f \cdot g = \frac{f}{\frac{1}{g}} = \frac{g}{\frac{1}{f}}$$

تبدیل کنید به  $\frac{\infty}{\infty}$  یا  $\frac{0}{0}$

مثال ۱۴. (تست ۲۸ صفحه ۹۹ جلد اول) مقدار  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$  کدام است؟

(۴) صفر

(۳)  $\infty$

(۲) ۱

(۱)  $e$

عبارت‌نویسی:  $0 \times \ln(0^+) = 0 \times \infty =$  مبهم

تذکره:  $\ln(0^+) = -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} = \frac{\infty}{\infty} \xrightarrow{t = \frac{1}{x}} \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln \frac{1}{t}}{t} = \frac{-\ln t}{t} \xrightarrow{\text{رشد}} 0 \quad (۴) \checkmark$$

تذکره:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha \ln x = 0 \quad (\alpha > 0)$

(عمران ۸۹)

$\infty \times 0 =$  مبهم

مثال ۱۵. مقدار  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 1}{3x^2 + 2} \sin \frac{1}{x}$  به‌صورت کدام است؟

(۴)  $\infty$

(۳) صفر

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۱)  $\frac{4}{3}$

عبارت  $\sim \frac{4x^3}{3x^2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{4}{3} \quad (۱) \checkmark$

$\sin \frac{1}{x} \sim \frac{1}{x}$

$x \rightarrow \infty$

(رکتوری نانوشیمی ۹۹)

مثال ۱۶. مقدار  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x + \sqrt{1 - 3x + x^2}}$  کدام است؟

(۴)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۱)  $-\frac{2}{3}$

زوج  $\rightarrow \sqrt{\quad}$   
مخرج  $= x + \sqrt{x^2 - 3x + 1} = -\infty + \infty =$  مبهم

$x \rightarrow -\infty$

هم‌ارزی رادیکال‌ها  
 $\sim x + \sqrt{x + \frac{-3}{2}} = x - (x - \frac{3}{2}) = \frac{3}{2} \Rightarrow$  بسط  $= \frac{2}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$

رادیکال‌ها ندارد  $\sqrt{x^3 + \dots}$

$\sqrt{x^3 - 3x + 1} \sim x + \frac{0}{3}$

$\sqrt[4]{5x^4 + 1} \sim \sqrt[4]{5} \sqrt{x + \frac{1}{5x^3}} \sim \sqrt[4]{5} \sqrt{x + \frac{0}{4}}$



۰/۶ (۴)

۰/۵ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۱ (۱)

مخرج مشترک گیری :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 4x + 9 \sin x}{x^2 (x - \sin x)} = \frac{0}{0}$$

$$\rightarrow x - \left( x - \frac{x^3}{6} + \dots \right) = \frac{1}{6} x^3$$

$$\frac{x^3 - 4x + 9 \left( x - \frac{1}{6} x^3 + \frac{1}{120} x^5 \right)}{\frac{1}{6} x^3} = \dots = \frac{3}{10}$$

مخرج مشترک

مثال ۱۸. (تست ۳۶ صفحه ۷۷ جلد اول) اگر  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin^3 x}{x^3} + \frac{a}{x^2} + b \right) = 0$  آنگاه مقدار  $a + b$  کدام است؟

(ریاضی ۸۰، صنایع ۸۶، عمران ۸۸، دکتری حسابداری و مدیریت ۹۳، فلسفه علم ۹۵، کشاورزی ۹۶)

۳/۲ (۴)

-۲/۳ (۳)

۲/۳ (۲)

-۳/۲ (۱)

مخرج مشترک

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x + ax + bx^3}{x^3} = \frac{0}{0}$$

$$= \frac{(a+3)x + \left(b - \frac{9}{4}\right)x^3}{x^3} \rightarrow 0 \iff \begin{cases} a+3=0 \Rightarrow a=-3 \\ b-\frac{9}{4}=0 \Rightarrow b=\frac{9}{4} \end{cases}$$

صورت کسر صفر شود نکته

(۴) ✓

حالات مبهم نمایی:  $0^0$  و  $\infty^0$  و  $1^\infty$

برای رفع ابهام، فنون  $u = e^{\sqrt{\ln u}}$  استفاده می‌شود.

فنون سینر

$$f(x) \sim e^{g(x)} \quad \text{نکته ۱۱}$$

مبهم  $0^0 = 0^0 = 1$  پاسخ  $\Rightarrow x \rightarrow 0^+$   
(۴ وجود ندارد.)

مثال ۱۹. هر راست تابع  $f(x) = (\tan x)^{\sinh 2x}$  در  $x=0$  کرام است؟  
 (۱) ۰ (۲) ۱ (۳)  $e$

فنون بنفش:  $(\tan x)^{\sinh 2x} = e^{\sinh 2x \ln(\tan x)}$   
 سوال:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sinh 2x \cdot \ln(\tan x)$   $\xrightarrow{0 \times \infty}$   $2x \cdot \ln x$   $\xrightarrow{\text{آنگاه بنفش}}$   $0$   
 $\Rightarrow \text{جواب} = e^0 = 1$

علازلاری:  $\frac{1}{\infty} = 0^0 = \infty$   
 (عمران، نقشه برداری ۹۹)

مثال ۲۰. مقدار  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x^2 + \sqrt{1+x^4})^{\frac{1}{\ln x}}$  کرام است؟  
 (۱)  $\frac{1}{e}$  (۲)  $e$

بنفش:  $\ln(\text{عبارت}) = \frac{\ln(1+x^2 + \sqrt{1+x^4})}{\ln x} = \frac{\infty}{\infty} \sim \frac{\ln 2x^2}{\ln x} = \frac{\ln 2 + 2 \ln x}{\ln x} \sim \frac{2 \ln x}{\ln x} = 2$

پاسخ  $= e^2$  (۴) ✓

مثال ۲۱. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos \sqrt{x})^{\frac{1}{x}}$  کدام است؟

(مکانیک ۸۳، معرین ۸۳، هسته‌ای-آزار ۸۳، MBA، دریاوردی، ایمنی صنعتی ۹۳، رکتی سامانه اطلاعات جغرافیایی ۹۸)

$\frac{1}{\sqrt{e}}$  (۴)       $\sqrt{e}$  (۳)       $\frac{1}{e}$  (۲)       $e$  (۱)

$\frac{1}{e} = 1$  (۲) ~~غلط~~

نقطه ۱۱ (فرمول سینر)

$$\frac{1}{x} (\cos \sqrt{x} - 1) \sim e \text{ عبارت}$$

$$\frac{\cancel{\cos \sqrt{x} - 1}}{x} \rightarrow e^{-\frac{1}{x}} = \frac{1}{\sqrt{e}} \quad (۴) \checkmark$$

$$1 - \cos u \sim \frac{1}{2} u^2 \quad u \rightarrow 0$$

مثال ۲۲. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$  کدام است؟

(مکانیک ۱۴۰۰)

$1$  (۵)       $e^{\frac{1}{2}}$  (۳)       $e^{\frac{1}{6}}$  (۲)       $e^{-\frac{1}{6}}$  (۱)

$\frac{1}{x^2} \left( \frac{\sinh x}{x} - 1 \right) \sim e \text{ عبارت} : \text{فرمول سینر}$

مکملون  $\rightarrow ?$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x - x}{x^3} \sim \frac{x - \frac{x^3}{6} - x}{x^3} = -\frac{1}{6} \Rightarrow \text{جواب} = e^{-\frac{1}{6}} \quad (۱) \checkmark$$

مثال ۲۳. فرض کنید  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cosh ax}{\cos ax} \right)^{\frac{1}{x^2}} = 2$ ;  $(a > 0)$  مقدار  $a$  کدام است؟

(۳)  $\sqrt{2}$

(۲)  $\sqrt{\ln 2}$

(۱)  $\ln 2$

فرمول سبزی =  $1^\infty = 1^{\frac{2}{4}}$  عزیزناری

عبارت  $\sim e^{\frac{1}{x^2} \left( \frac{\cosh ax}{\cos ax} - 1 \right)}$  → ؟

توان =  $\frac{\cosh(ax) - \cos(ax)}{x^2 \cdot \cos ax} = \frac{0}{0} \sim \frac{\left(1 + \frac{(ax)^2}{2}\right) - \left(1 - \frac{(ax)^2}{2}\right)}{1(x^2)} = a^2$

به یک میلی کنذ!!

جواب =  $e^{a^2} = 2 \xrightarrow{\ln} a^2 = \ln 2 \rightarrow a = \sqrt{\ln 2}$  (۲) ✓

### مطالب تدریس شده جلسه اول (از جلد اول ریاضی ۱):

✓ فصل ۱ : صفحه ۱۳ الی ۴۲ →

✓ فصل ۲ : صفحه ۶۱ الی ۸۱ →

### ✓ تکالیف جلسه اول :

✓ مطالعه دقیق صفحه ۵ تا ۸ جزوه کار در کلاس (راهنمای شرکت در کلاس)

✓ از فصل اول حل مثالها و تست های مشخص شده در فایل « روش بهینه مطالعه جلد ۱

ریاضی ۱ » که در پنل کاربری و کانال خصوصی کلاس قرار داده شده است.

✓ از فصل دوم حل همه مثالها و تستهای جلد اول ریاضی ۱ از صفحه های بالا

تذکر : در صورت کمبود وقت، فقط سوالات موجود در لینک <https://b2n.ir/taklif1403> را حل نمایید.

### ✓ مطالبی که جلسه دوم ( چهارشنبه ۴ مرداد) تدریس می شود:

➤ ادامه فصل ۲ (مجانب، پیوستگی)

➤ فصل ۳ (تعریف مشتق، مشتق لگاریتمی، تابع معکوس و .....، مشتق مراتب بالا، خط مماس و قائم)

صفحه ۲۷ تا ۳۸ از جزوه خام کار در کلاس که در پنل کاربری شما قرار داده شده است.

### پیش نیاز جلسه دوم :

✓ کلیات هم ارزی و مک لورن

## روشهای رفع اشکال و مشاوره:

➤ از طریق ایمیل [masoudaghsi1395@gmail.com](mailto:masoudaghsi1395@gmail.com)

➤ از طریق بلاگ روم در صفحه اول سایت [www.m-aghasi.ir](http://www.m-aghasi.ir)

➤ آیدی تلگرام [@math\\_admin77](https://t.me/math_admin77)

➤ استراحت بین کلاس و پس از اتمام کلاس تا پاسی از شب (برای  
حاضرین در کلاس آنلاین)

### برنامه دوره های ریاضی عمومی و معادلات آنلاین برای کنکور ۱۴۰۳

برای ثبت نام در کلاسهای آنلاین (ویژه کنکور ۱۴۰۳) می توانید از لینک های زیر استفاده نمایید:

- <https://b2n.ir/da1403> کلاس درس و تست ۱۵+۱۰۰ ساعتی ریاضی عمومی
- <https://b2n.ir/te1403> کلاس نکته و تست ۵۰ ساعتی ریاضی عمومی
- <https://b2n.ir/mo1403> جمع بندی ریاضی عمومی ۲۵ ساعتی (بر اساس باکس مطالب مشابه)
- <https://b2n.ir/pa1403> پکیج کلاس درس+نکته+جمع بندی ۱۹۰ ساعتی ریاضی عمومی
- <https://b2n.ir/ta1402> ویدیو و جزوه رایگان تدریس ریاضی پایه در ۱۵ ساعت
- <https://b2n.ir/eq1403> کلاس درس و تست ۵۰ ساعتی معادلات دیفرانسیل
- <https://b2n.ir/fe1402> ویدیو و جزوه درس و تست فشرده ۱۶+۵۰ ساعتی ریاضی عمومی
- <https://b2n.ir/wb1403> وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی عمومی (فاز اول) برای کنکور ۱۴۰۳
- <https://b2n.ir/wbb1403> وبینار رایگان روش بهینه مطالعه ریاضی (فاز ۲ و ۳) برای کنکور ۱۴۰۳
- <https://b2n.ir/ja1402> کارگاه رایگان حل تست جامع ریاضی (تستهای کنکور ۹۶ به بعد رشته های مختلف)
- <https://b2n.ir/fd1403> جلسه اول کلاس درس و تست ریاضی عمومی (رایگان)
- <https://b2n.ir/fm1402> کارگاه رایگان تدریس اعداد مختلط (جلسه ۹ کلاس درس و تست)

- ✓ پکیج ۱۹۰ ساعتی کاملترین دوره ریاضی عمومی است و تخفیف بالاتری نسبت به سایر دوه ها خواهد داشت.
- ✓ دوستانی که از دوره رایگان ریاضی پایه استفاده کرده اند، در صورت تمایل برای ثبت نام در هر یک از دوره های (درس، نکته، جمع بندی، پکیج) از کد تخفیف **PAYE10** استفاده نمایند تا از ۱۰٪ تخفیف اضافه تر بهره مند گردند.

**توجه:** در صورت بروز مشکل در استفاده از لینک های بالا، برای دریافت لینک فعال یا ثبت نام به صفحه اول سایت <https://negareh.ac.ir/aghasi> یا [www.m-aghasi.ir](http://www.m-aghasi.ir) یا کانال تلگرام [@math\\_admin77](https://t.me/math_admin77) مراجعه یا از طریق آیدی تلگرام [@math\\_admin77](https://t.me/math_admin77) یا ایمیل زیر پیگیری نمایید:

ایمیل برای مشاوره یا رفع اشکال : [masoudaghasi1395@gmail.com](mailto:masoudaghasi1395@gmail.com)